



**Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

PABLO MOLINA DE LIMA

**ALOCÇÃO ÓTIMA DE ESTAÇÕES DE RECARGA DE VEÍCULOS ELÉTRICOS**

CAMPINAS  
07 de Julho de 2022

PABLO MOLINA DE LIMA

**ALOCAÇÃO ÓTIMA DE ESTAÇÕES DE RECARGA DE VEÍCULOS ELÉTRICOS**

Dissertação apresentada como exigência para obtenção do título de Mestre em Gestão de Redes de Telecomunicações ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Redes de Telecomunicações do Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologias.

Área de Concentração: Gestão de Redes e Serviços.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior

CAMPINAS

07 de Julho de 2022

Ficha catalográfica elaborada por Vanessa da Silveira CRB 8/8423  
Sistema de Bibliotecas e Informação - SBI - PUC-Campinas

629.2293 L732a	<p>Lima, Pablo Molina de</p> <p>Alocação ótima de estações de recarga de veículos elétricos / Pablo Molina de Lima. - Campinas: PUC-Campinas, 2022.</p> <p>71 f.: il.</p> <p>Orientador: Carlos Alberto de Castro Junior.</p> <p>Dissertação (Mestrado em Gestão de Redes de Telecomunicações) - Programa de Pós-Graduação em Gestão de Redes de Telecomunicações, Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2022.</p> <p>Inclui bibliografia.</p> <p>1. Veículos elétricos. 2. Estações de carregamento de baterias (veículos elétricos). 3. Teaching-Learning-Based Optimization. I. Castro Junior, Carlos Alberto de. II. Pontifícia Universidade Católica de Campinas. Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Gestão de Redes de Telecomunicações. III. Título.</p> <p>CDD 22. ed. 629.2293</p>
-------------------	---

**PABLO MOLINA DE LIMA**

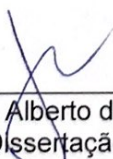
**ALOCAÇÃO ÓTIMA DE ESTAÇÕES DE RECARGA DE  
VEÍCULOS ELÉTRICOS**

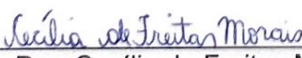
Dissertação apresentada como exigência para obtenção do título de Mestre em Gestão de Redes de Telecomunicações ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Redes de Telecomunicações do Centro de Ciências Exatas, Ambientais e de Tecnologias.

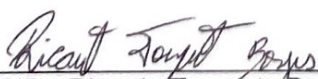
Área de Concentração: Gestão de Redes e Serviços.

Orientador (a): Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior.

Dissertação defendida e aprovada em 28 de junho de 2022 pela Comissão Examinadora constituída dos seguintes professores:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior  
Orientador da Dissertação e Presidente da Comissão Examinadora  
Pontifícia Universidade Católica de Campinas

  
\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Cecília de Freitas Moraes  
Pontifícia Universidade Católica de Campinas

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Ricardo Torquato Borges  
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Dedico este trabalho a minha família e amigos, que estiveram sempre ao meu lado me apoiando e incentivando para concluir mais este desafio.

## **AGRADECIMENTOS**

O presente trabalho foi realizado com o apoio de uma bolsa de estudos gentilmente concedida pela PUC-Campinas que, com os seus recursos e infraestrutura me permitiu alcançar esse objetivo.

Ao meu orientador Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior pela amizade, competência acadêmica, dedicação e orientação no trabalho.

Aos meus pais e familiares por todo amor, confiança e por sempre me proporcionarem incentivo ao estudo acreditando em minhas realizações.

Aos meus colegas de turma que sempre me apoiaram e ajudaram ao decorrer do curso.

À EMDEC através de Marcelo Antônio pela disponibilidade em encaminhar estudos de fluxo de veículos da cidade de Campinas.

Por fim, aos meus amigos do CPQD por contribuições de novas ideias no trabalho.

“Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros  
de gigantes.”

Isaac Newton.

## RESUMO

O setor de transporte tem um papel imprescindível nessa tendência mundial pela busca de soluções e produtos ambientalmente amigáveis. A eletrificação da mobilidade é um evento de natureza irreversível, com distintas motivações identificadas nos vários países precursores em sua adoção. Contudo, a inserção bem sucedida de veículos elétricos no sistema de transporte depende da superação de diversas barreiras: o preço elevado, a baixa autonomia em comparação com veículos de combustão interna, e o baixo número de estações de recarga disponíveis. O planejamento da infraestrutura de recarga tem papel importante na superação dessas limitações, portanto, a alocação ótima das estações de recarga é uma questão crucial. O objetivo desse trabalho é abordar o problema da alocação ótima de estações de recarga de veículos elétricos. Serão implementados e avaliados dois métodos de resolução do problema, respectivamente, um método de programação matemática e a metaheurística *Teaching-Learning-Based Optimization* (TLBO). Além disso, será apresentada uma proposta de alocação de estações de recarga específica para uma região da cidade de Campinas, SP.

Os resultados fornecidos através das simulações dos métodos abordados foram comparados em termos de qualidade de solução, tempo computacional, dentre outros. Foi feita também uma análise crítica do modelo e dos métodos, a fim de encontrar a solução mais apropriada para o problema.

**Palavras-chave:** Veículos elétricos, estações de recarga, p-Medianas, TLBO.



## ABSTRACT

The transportation sector plays an essential role in the global trend of searching for more environmental-friendly products and solutions. The electrification of mobility is an irreversible fact, with different motivations identified in the several countries that have been adopting it. However, the successful insertion of electric vehicles in the transportation system depends on the overcoming of several barriers, namely their high price, low autonomy in comparison with internal combustion vehicles, and low number of available charging stations. The appropriate planning of the charging infrastructure plays an important role in overcoming such barriers, therefore, the optimal allocation of charging stations is a crucial matter. The objective of this work is to tackle the problem of optimally allocating charging stations for electric vehicles. Two solution methods will be implemented and evaluated, namely, a mathematical programming method and the metaheuristic Teaching-Learning-Based Optimization (TLBO). In addition, a proposal for the allocation of charging stations will be presented for a particular region in the city of Campinas, SP.

The results provided by both methods through computer simulations were compared in terms of solution quality, computational time, among others. A critical analysis of the model and methods was carried out in order to find the most appropriate solution to the problem.

**Keywords:** Electric vehicles, charging stations, p-Median, TLBO.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Futuro estoque global de veículos elétricos e vendas. . . . .	14
Figura 2 – Pontos dispersos. . . . .	23
Figura 3 – Pontos agrupados. . . . .	24
Figura 4 – Exemplo didático. . . . .	26
Figura 5 – Solução viável do exemplo didático. . . . .	26
Figura 6 – Levantamento das microáreas cobertas e não cobertas por ACS. . . . .	27
Figura 7 – Solução do problema de instalação de três antenas de telefonia móvel. . . . .	28
Figura 8 – Distribuição de notas obtidas por alunos ensinados por dois professores diferentes. . . . .	31
Figura 9 – Modelo para a distribuição de notas obtidas por um grupo de alunos. . . . .	32
Figura 10 – Fluxograma do <i>Teaching–Learning-Based Optimization</i> (TLBO). . . . .	33
Figura 11 – Configuração do cenário simples. . . . .	42
Figura 12 – Configuração do cenário intermediário. . . . .	44
Figura 13 – Solução ótima do cenário intermediário. . . . .	45
Figura 14 – Solução ótima para $p \leq 3$ . . . . .	46
Figura 15 – Solução ótima para $p \leq 3$ com restrição de capacidade. . . . .	47
Figura 16 – Postos de combustíveis do estudo de caso final. . . . .	48
Figura 17 – Posição dos 271 radares disponibilizados pela EMDEC. . . . .	49
Figura 18 – Curva de cotovelo. . . . .	51
Figura 19 – Antes e depois do <i>K-Means clustering</i> . . . . .	52
Figura 20 – Configuração do estudo de caso final. . . . .	53
Figura 21 – Alocação da função INTLINPROG. . . . .	58
Figura 22 – Primeiro caso particular da função INTLINPROG. . . . .	59
Figura 23 – Segundo caso particular da função INTLINPROG. . . . .	60
Figura 24 – Alocação da metaheurística TLBO. . . . .	63
Figura 25 – Caso particular da metaheurística TLBO. . . . .	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de inércia em função do número de clusters. . . . .	50
Tabela 2 – Faixa de rendimento médio dos bairros associados aos 18 postos. . . .	54
Tabela 3 – Parâmetros para modelagem . . . . .	55
Tabela 4 – Alocações da função INTLINPROG. . . . .	57
Tabela 5 – Resultados da metaheurística TLBO. . . . .	61
Tabela 6 – Alocações da metaheurística TLBO. . . . .	62
Tabela 7 – Alocações da função INTLINPROG e da metaheurística TLBO. . . . .	65

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACS	Agente Comunitário de Saúde
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
API	Application Programming Interface
BEV	Battery Electric Vehicle
CPFL	Companhia Paulista de Força e Luz
EMDEC	Empresa Municipal de Desenvolvimento de Campinas
EP	Eletroposto
FS-BTLBO	Feature Selection Binary Teaching Learning Based Optimization
IEA	International Energy Agency
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
LCV	Light-commercial vehicles
MOPSO	Multi Objective Particle Swarm Optimization
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
PHEV	Plug-in hybrid electric vehicle
PLDV	Passenger light-duty vehicles
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNLI	Programação Não Linear Inteira
TLBO	Teaching-Learning-Based Optimization
UESFR	Unidade Estratégica de Saúde da Família Ribeirinha
VE	Veículo Elétrico
VNS	Variable Neighborhood Search

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	Motivação	14
1.2	Objetivos	15
1.3	Estrutura da dissertação	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
2.1	Localização de facilidades	17
2.2	Alocação de estações de recarga	19
2.3	Modelo matemático	20
2.4	K-Means Clustering	22
<b>3</b>	<b>MÉTODOS</b>	<b>25</b>
3.1	Programação matemática	25
3.1.1	Método de resolução 1 – função INTLINPROG	28
3.2	TLBO	30
3.2.1	Método de resolução 2 – TLBO	35
<b>4</b>	<b>CENÁRIOS DE AVALIAÇÃO</b>	<b>42</b>
4.1	Cenário simples	42
4.2	Cenário intermediário	43
<b>5</b>	<b>ESTUDO DE CASO FINAL</b>	<b>48</b>
5.1	Resultados INTLINPROG	56
5.2	Resultados TLBO	60
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>66</b>
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	66
6.2	Produção científica	67
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>68</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A mobilidade elétrica avança rapidamente em vários países e, no Brasil, configura-se como uma oportunidade para o desenvolvimento de tecnologias, infraestruturas laboratoriais, produtos e novos modelos de negócio. Fabricantes de veículos elétricos (VEs), distribuidoras de energia e um enorme conjunto de outros agentes, apresentam-se como atores importantes, desenvolvendo tecnologias, implementando infraestruturas e ofertando serviços.

Para estimular o mercado de mobilidade elétrica, foi aprovada, pela Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel), a Resolução Normativa nº 819/2018 (ANEEL, 2018), de 19 de junho de 2018, que é a primeira regulamentação sobre a recarga de VEs. Estabeleceu-se que qualquer empresa, do setor elétrico ou não, poderá investir na instalação de estações de recarga, também conhecidas como eletropostos (EPs). A resolução suprime incertezas regulatórias, incentivando investimentos no mercado e gerando uma grande expectativa. Neste cenário, seja qual for a empresa, a mesma poderá instalar um EP em estabelecimento comercial, logo, pode-se esperar uma expansão da mobilidade elétrica no Brasil. A perspectiva é que novos investidores sejam atraídos pelo tema, viabilizando um mercado competitivo em um futuro próximo.

Segundo ELETRA (2018) o Brasil irá precisar de 80 mil estações de recarga públicas até 2030, acompanhando o mercado nacional de VEs. Essa projeção é um dos principais resultados do projeto de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) Emotive, o qual investigou por cinco anos o impacto da mobilidade elétrica no mercado nacional. Ainda de acordo com esse trabalho, a frota circulante de VEs puros e híbridos plug-in no Brasil deve alcançar dois milhões de unidades em circulação até 2030.

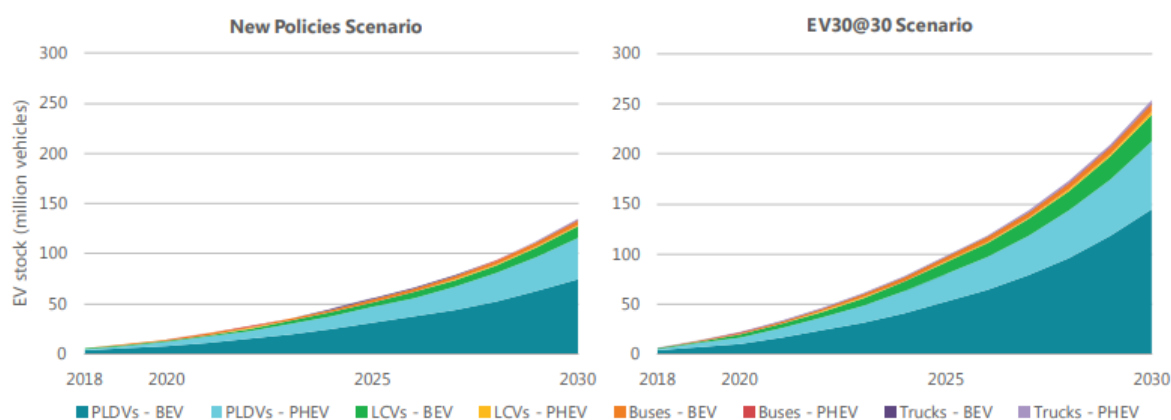
Em âmbito mundial, o IEA (International Energy Agency) fez projeções do futuro estoque global de veículos elétricos e vendas, diferenciando dois cenários (Figura 1). O primeiro, chamado de “*New Policies Scenario*” (WORLD ENERGY OUTLOOK, 2018), que visa fornecer uma noção de onde as ambições políticas de hoje parecem levar o setor de energia, incorporando não apenas as medidas que os governos de todo o mundo já implementaram, mas também os prováveis efeitos das políticas anunciadas, incluindo as contribuições determinadas pelo governo para o Acordo de Paris (MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE, 2017).

O segundo cenário, denominado de “EV30@30 Scenario” (CLEAN ENERGY MINISTERIAL, 2019), visa aproveitar oportunidades de apoio ao mercado para veículos elétricos, de acordo com as respectivas prioridades e programas do país. Essa campanha estabelece o objetivo de atingir uma participação de vendas de 30% para os veículos elétricos até 2030.

Na Figura 1, são mencionados os PLDVs (*passenger light-duty vehicles*); BEV (*battery electric vehicle*); LCVs (*light-commercial vehicles*) e PHEV (*plug-in hybrid electric*

vehicle).

**Figura 1 – Futuro estoque global de veículos elétricos e vendas.**



CLEAN ENERGY MINISTERIAL (2019)

Dessa forma, surge o problema de localização de EPs, os quais devem ser instalados em lugares que atendam e satisfaçam os usuários, evitando deslocamentos desnecessários para encontrá-los e permitindo a recarga antes de atingir o limite mínimo de carga nas baterias do VEs.

A decisão sobre a distribuição de facilidades<sup>1</sup> em uma região geográfica, como uma cidade, é uma atividade de grande importância para muitas organizações. Quando há certas limitações, como custo alto ou número de recursos limitado, esse problema adquire maior importância, pois, uma distribuição mal executada pode causar várias consequências para a organização, como a perda de clientes para concorrentes, má qualidade de serviço e baixo uso do recurso.

Segundo Benati e Laporte (1993), é difícil encontrar soluções eficientes em problemas de localização de facilidades, pois os mesmos são do tipo NP-Difíceis, tornando a solução inviável até mesmo para problemas de portes relativamente pequenos. Dessa maneira, esse trabalho visa implementar e avaliar métodos de otimização abordados na literatura a fim de alcançar boas alocações de EPs. Em particular, será apresentada uma proposta de alocação de estações de recarga específica para uma região da cidade de Campinas, SP.

## 1.1 Motivação

A motivação para o tema dessa dissertação partiu do trabalho desenvolvido pelo autor no projeto de P&D “CS3060 - Eletromobilidade e Recursos Energéticos Distribuídos:

<sup>1</sup> Facilidade é um recurso que provê algum tipo de serviço ou produto para atender uma demanda medida ou estimada que, geralmente, está próxima a esse recurso. No âmbito desse trabalho, o eletroposto é uma facilidade (KLOSE; DREXL, 2005).

Plataforma Para Ambientes Urbanos Inteligentes e Modelos De Negócios Viabilizadores” submetido pela CPFL Energia na Chamada de Projeto de P&D Estratégico nº 022/2018: “Desenvolvimento de Soluções em Mobilidade Elétrica Eficiente” (ANEEL, 2019).

O objetivo do projeto de P&D é a implantação de ambientes de experimentação de serviços e infraestruturas de suporte à eletromobilidade, compostos por frotas de VEs para diferentes perfis de operação e serviços, infraestrutura de recarga de VEs em vias urbanas (intracity) e rodoviárias (intercity), e recursos energéticos distribuídos integrados à recarga. Objetiva-se também desenvolver uma plataforma inteligente para eletromobilidade, responsável pelo suporte à operação integrada e otimizada dos serviços previstos, com interação de diversos agentes.

Tal projeto encontra-se em fase de execução e a principal atividade do autor foi estabelecer parcerias para a implantação de EPs na cidade de Campinas, SP. Partiu-se de um Pré-Estudo para Alocação de Eletropostos em Campinas, coordenado pela Universidade Estadual de Campinas (ANDRADE ANALYTICS, 2020), que realizou uma análise da intensidade de fluxo de veículos combinada à análise da rede elétrica existente, resultando nos cruzamentos urbanos com maior fluxo de trânsito e que são servidos por uma rede elétrica capaz de acomodar a instalação de eletroposto. Uma vez identificados e priorizados um conjunto de pontos ou regiões, iniciou-se a busca por locais ou estabelecimentos específicos para instalação dos EPs e o posterior estabelecimento de parcerias.

## 1.2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é implementar, avaliar e comparar dois métodos de otimização para resolver o problema de alocação ótima de estações de recarga de veículos elétricos. São eles: a programação matemática convencional e a metaheurística *Teaching-Learning-Based Optimization* (TLBO).

Os objetivos específicos são:

- Apresentar o Problema das p-Medianas e o TLBO;
- Elaborar uma revisão bibliográfica de estudos relevantes no âmbito do tema deste trabalho e dos métodos abordados;
- Fundamentar o modelo matemático;
- Testar os algoritmos utilizando o estudo de caso, desenvolvendo-os de forma genérica para que possam ser adaptados em problemas semelhantes;
- Obter a alocação ótima de EPs para uma situação real na cidade de Campinas, SP.



### 1.3 Estrutura da dissertação

Os próximos capítulos deste trabalho estão divididos da seguinte forma:

- O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica dos assuntos abordados, como a localização de facilidades e o modelo matemático usado para resolver o problema de alocação ótima de EPs;
- O Capítulo 3 descreve os métodos utilizados para a solução do problema e elenca alguns trabalhos relevantes;
- O Capítulo 4 apresenta cenários de avaliações que antecederam o estudo de caso final;
- O Capítulo 5 apresenta um estudo de caso associado à cidade de Campinas, SP. Bem como apresenta os resultados obtidos dos diferentes métodos e as discussões;
- Por fim, o Capítulo 6, apresenta as conclusões desse estudo, assim como indica os próximos passos no desenvolvimento do trabalho e produções científicas realizadas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O objetivo desse capítulo é apresentar e discutir com maior detalhe os temas que serão abordados nesse trabalho, tais como o de localização de facilidades e alocação de estações de recarga, levantando alguns trabalhos relevantes. Também será apresentado o modelo matemático usado neste trabalho.

### 2.1 Localização de facilidades

O problema de localização de facilidades consiste em decidir onde alocar recursos de modo que estes satisfaçam, de maneira mais adequada, os critérios estabelecidos referentes aos pontos de demanda. Soluções nesse âmbito são importantes para diversas organizações. Uma boa distribuição de recursos pode garantir diversas melhorias na qualidade do serviço e, portanto, tem relação direta com o orçamento de uma organização. Há vários trabalhos que abordam esse assunto, muitos deles citados no trabalho de Klose e Drexl (2005).

Segundo Klose e Drexl (2005), as principais características dos modelos de localização das instalações são:

- 1) A forma ou topografia do conjunto de plantas potenciais produz modelos no plano, modelos de localização de rede e modelos de localização discreta ou de programação mista, respectivamente. Para cada uma das subclasses as distâncias são calculadas usando métricas diferentes.
- 2) Os objetivos podem ser do tipo *minsum* ou do tipo *minmax*. O primeiro é projetado para minimizar as distâncias médias, enquanto o segundo visa minimizar as distâncias máximas.
- 3) Os modelos de localização podem considerar restrição de capacidade ou não. Essa restrição afeta a capacidade de atendimento de uma facilidade.
- 4) Os modelos podem ser de um ou vários estágios. No primeiro caso, todas as facilidades atendem diretamente os pontos de demanda. No modelo de vários estágios, além das facilidades atenderem os pontos de demanda, as facilidades devem atender outras facilidades.
- 5) Modelos de produto único são caracterizados pelo fato de que a demanda, o custo e a capacidade de vários produtos podem ser agregados a um único produto homogêneo. Se os produtos são não homogêneos, seus efeitos no projeto do sistema de distribuição têm que ser analisados separadamente.

- 6) A maioria dos problemas de localização consideram que a demanda é independente da localização da facilidade. Porém, em outros casos, a demanda pode estar vinculada com a localização das facilidades.
- 7) Os modelos estáticos tentam otimizar o desempenho do sistema por um período representativo. Já os modelos dinâmicos refletem dados (custo, demanda, capacidades, etc.) que variam ao longo do tempo.
- 8) A entrada do modelo geralmente não é conhecida. Os dados são baseados em previsões. Como consequência, existem modelos determinísticos se a entrada for conhecida ou probabilísticos, se a entrada estiver sujeita a incertezas.
- 9) Nos modelos clássicos, a qualidade da alocação da demanda é medida no isolamento para cada par de oferta e pontos de demanda.

Quanto às aplicações dos problemas de localização, Christofides (1975) e Larson e Odoni (1981) citaram alguns exemplos, como:

- Depósitos e indústrias;
- Escolas e bibliotecas;
- Creches;
- Hospitais e postos de saúde;
- Bombeiros, postos policiais e equipe de resgate;
- Aeroportos, portos, pontos de táxi e ônibus;
- Bancos e caixas eletrônicos;
- Antenas de telecomunicações.

Fermat, no século XVII, formulou o problema matemático clássico de localização. Depois, Steiner, em 1837, realizou uma análise sobre a melhor posição de um ponto central com três pontos quaisquer, com o objetivo de minimizar a soma desses pontos em relação ao ponto central (NOVAES; ROSSETO, 1997).

O economista alemão Johann Heinrich Von Thünen é autor de um dos primeiros trabalhos no âmbito de localização de facilidades, em 1826. O trabalho visava minimizar os custos de transporte das atividades agrícolas de uma cidade. Essa teoria ficou conhecida como “anéis de Thünen” descrita em Azzoni (1982).

O modelo que deu origem à teoria da localização tem como precursor Alfred Weber, na área de localização de indústrias. Esse trabalho, realizado em 1909, foi o primeiro a apresentar uma teoria geral sobre o assunto. Para o autor, a melhor localização da indústria

é aquela que proporciona o menor custo de produção possível, sendo que o transporte é um fator primordial desse custo. A extensão deste problema deu origem à metodologia das p-medianas (AZZONI, 1982).

## 2.2 Alocação de estações de recarga

A crescente adoção dos VEs está diretamente associada a algumas vantagens, tais como menor emissão de gases poluentes, menor poluição sonora, pouca necessidade de manutenção e consumo de energia. O número de EPs também aumentou com base no aumento do uso de VEs (CATALBAS *et al.*, 2017). Um desenvolvimento de larga escala trará novos desafios e várias questões de pesquisa, tais como a localização ótima de EPs, o tempo de recarga da bateria e as limitações de autonomia (BAOUCHE *et al.*, 2014b).

Em Gong *et al.* (2019) os autores visam resolver o problema da localização de EPs para VEs públicos, a fim de melhorar o nível de carga compartilhada, considerando os fatores que afetam a localização dos EPs, incluindo a quilometragem, a distribuição de VEs públicos e a distribuição de passageiros. É desenvolvido um modelo polinomial não-determinístico com o objetivo de minimizar a distância total do serviço. Foi utilizado um modelo baseado em agentes para simular a localização otimizada dos EPs. O estudo de caso em Pequim foi testado em cinco situações. Os resultados de uma situação mostram que o *layout* existente dos EPs não é razoável quando a frequência de carga é fortemente variável.

Em Ge *et al.* (2012) foi apresentado um modelo de planejamento de EPs para uma zona urbana considerando o número mínimo e máximo de EPs de acordo com a capacidade da rede. Esse modelo também selecionou os locais candidatos visando minimizar perdas durante o caminho do usuário até o EP. As alocações dos EPs foram otimizadas usando a teoria das filas.

No trabalho de Lam, Leung e Chu (2014) foram propostas quatro soluções para o problema de localização de EPs, e foi feita uma análise individual em vários casos práticos. Foi possível verificar com os resultados das simulações que os métodos têm características próprias e são adequados para diferentes situações, dependendo dos requisitos: qualidade da solução, eficiência algorítmica, tamanho do problema, natureza do algoritmo e existência de pré-requisito do sistema.

Em Hadian *et al.* (2020) foi apresentado um método híbrido, baseado no algoritmo de otimização *Multi Objective Particle Swarm Optimization* (MOPSO) e simulação sequencial de Monte Carlo, com o objetivo de reduzir os picos de demanda (*peak shaving*), preencher vales (*valley filling*) e achatar a curva de carga da rede (*flattening*). Na formulação da proposta, várias funções objetivo, tais como redução da perda de energia, redução da compra de energia e melhoria da confiabilidade, são abordadas. Essa formulação foi aplicada a uma rede padrão (IEEE de 69 barras).

Visando o planejamento da localização de EPs, Chen, Wang e Su (2020) propuseram e implementaram um modelo de planejamento de EPs que considera as informações de fluxo de tráfego, o custo de instalação, custos operacionais, receita operacional, custos de tempo do usuário, e perdas nas estradas, visando diminuir a distância entre o EP e o usuário de VE. O algoritmo de Dijkstra é usado para calcular a distância real mais curta de cada ponto de demanda até o EP e o diagrama de Voronoi é usado para dividir o escopo de serviço de cada estação de carga.

### 2.3 Modelo matemático

O modelo matemático desenvolvido nesse trabalho foi inspirado no trabalho de Baouche *et al.* (2014a). A ideia é selecionar um conjunto de localidades candidatas a receberem estações de recarga, com o objetivo de minimizar o custo fixo de instalação das estações de recarga e os custos de viagem dos VEs até essas estações. O modelo adotado é apresentado e discutido com detalhe a seguir.

$$\min g(x, y) = \sum_{i=1}^{NEP} CI_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^{NEP} \sum_{j=1}^{NVE} CD_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{i=1}^{NEP} (CM_i \cdot \sum_{j=1}^{NVE} x_{ij}) \quad (2.1)$$

s.a

$$\sum_{j=1}^{NVE} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, NVE \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^{NEP} y_i \leq p \quad (2.3)$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^{NVE} D_i \cdot x_{ij} \leq CAP_j \cdot y_j, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (2.5)$$

$$r \cdot y_i \cdot y_j \leq Dist_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, NEP \quad (2.6)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (2.7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (2.8)$$

onde

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o VE } i \text{ é alocado ao EP } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o EP } i \text{ é alocado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $NEP$ : número de EPs candidatos;
- $NVE$ : número de (clusters de) VEs;
- $CI$ : vetor de custos de instalação de EPs;
- $CD$ : matriz de custos associados às distâncias entre VEs e EPs;
- $CM$ : vetor de custos unitários de operação e manutenção de EPs;
- $p$ : número máximo de EPs a serem alocados;
- $D$ : vetor de demandas dos VEs;
- $CAP$ : vetor de capacidades dos EPs;
- $Dist$ : matriz de distâncias entre EPs;
- $r$ : distância mínima permitida entre EPs alocados.

Nota-se que  $y$  é um vetor  $[NEP \times 1]$  e  $x$  é uma matriz  $[NVE \times NEP]$ . Logo, o número de variáveis de decisão (incógnitas) do problema é  $[NEP \times (1 + NVE)]$ .

Equação 2.1: função objetivo, que considera respectivamente os custos de instalação dos EPs, os custos associados às distâncias entre os EPs e os VEs, e os custos de operação e manutenção dos EPs alocados.

Equação 2.2: cada VE deve ser alocado a um EP.

Equação 2.3: deve-se ter no máximo  $p$  EPs alocados. Em situação normal, tem-se  $p = NEP$ .

Equação 2.4: restrição que complementa as restrições 2.2 e 2.3, evitando que VEs sejam alocados a EPs não existentes, e que EPs sejam alocados mas não recebam VEs.

Equação 2.5: um EP só pode receber VEs cujas demandas respeitem a sua capacidade.

Equação 2.6: estabelece que dois EPs alocados devem estar localizados a uma distância mínima  $r$  um do outro. Esta restrição é não linear.

Equação 2.7: vetor de alocação de EPs é binário.

Equação 2.8: matriz de alocação de VEs a EPs é binário.

O modelo (2.1)-(2.8) é um modelo de programação não-linear inteira (PNLI). A não linearidade se deve à restrição (2.6), que contém produtos das variáveis de decisão. Esse modelo pode ser transformado em um modelo de programação linear inteira (PLI) através da linearização de (2.6).

De acordo com Kuby (1988), a equação (2.6) pode ser tratada da seguinte maneira:

$$y_i \cdot y_j \leq \frac{Dist_{ij}}{r} = K_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, NEP \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{[1 + M \cdot (1 - y_i) + M \cdot (1 - y_j)]} \leq K_{ij}, \quad M \text{ grande}, i, j = 1, \dots, NEP$$

$$y_i + y_j \leq \alpha_{ij} = 2 + \frac{K_{ij} - 1}{K_{ij} \cdot M}, \quad M \text{ grande}, i, j = 1, \dots, NEP$$

A equação 2.9 acima é linear, podendo substituir a equação (2.6) no modelo original, resultando no seguinte modelo linearizado:

$$\min g(x, y) = \sum_{i=1}^{NEP} CI_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^{NEP} \sum_{j=1}^{NVE} CD_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{i=1}^{NEP} (CM_i \cdot \sum_{j=1}^{NVE} x_{ij}) \quad (2.10)$$

s.a

$$\sum_{j=1}^{NVE} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, NVE \quad (2.11)$$

$$\sum_{i=1}^{NEP} y_i \leq p \quad (2.12)$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (2.13)$$

$$\sum_{i=1}^{NVE} D_i \cdot x_{ij} \leq CAP_j \cdot y_j, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (2.14)$$

$$y_i + y_j \leq \alpha_{ij} = 2 + \frac{K_{ij} - 1}{K_{ij} \cdot M}, \quad M \text{ grande}, i, j = 1, \dots, NEP \quad (2.15)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (2.16)$$

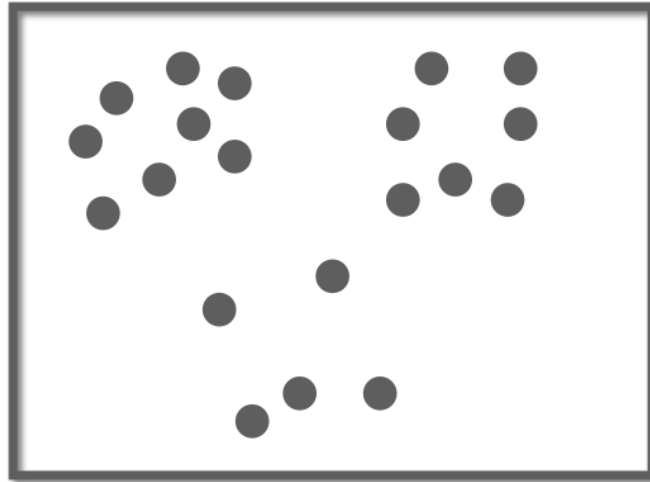
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (2.17)$$

## 2.4 K-Means Clustering

Conforme observado na seção 2.3, *NVE* corresponde ao número de *clusters* de VEs, ou seja, os chamados “pontos de demanda” da seção 2.1. Iniciou-se uma busca por métodos que pudessem resolver o problema de agrupamento desses pontos de demanda, e o *K-Means Clustering* se destacou por ser um algoritmo simples, mas poderoso, utilizado na ciência dos dados. Trata-se de um método para agrupar diversos dados em torno de centros (centroides), criando os chamados “clusters”, ou seja, a ideia é agrupar  $n$  pontos em  $k$  grupos, onde cada ponto pertence ao grupo mais próximo da média.

Como exemplo, temos vários pontos dispersos, observados na Figura 2, e o objetivo é separá-los em três grupos.

Figura 2 – Pontos dispersos.



Adaptado de: <https://medium.com/@luigi.fiori.lf0303/k-means-clustering-using-python-db57415d26e6>

Segue passo a passo do funcionamento do algoritmo:

- 1) Escolher o número de *clusters* ( $k = 3$ );
- 2) Selecionar aleatoriamente os centroides para cada *cluster*;
- 3) Atribuir cada ponto ao centroide mais próximo, ou seja, ao centroide com menor distância;
- 4) Calcular os centroides dos clusters recém-formados através da inércia, que é a soma das distâncias de todos os pontos dentro de um *cluster* a partir do centroide desse *cluster*, a chamada distância intra-cluster;
- 5) Repetir o passo 3 e 4 até o critério de parada.

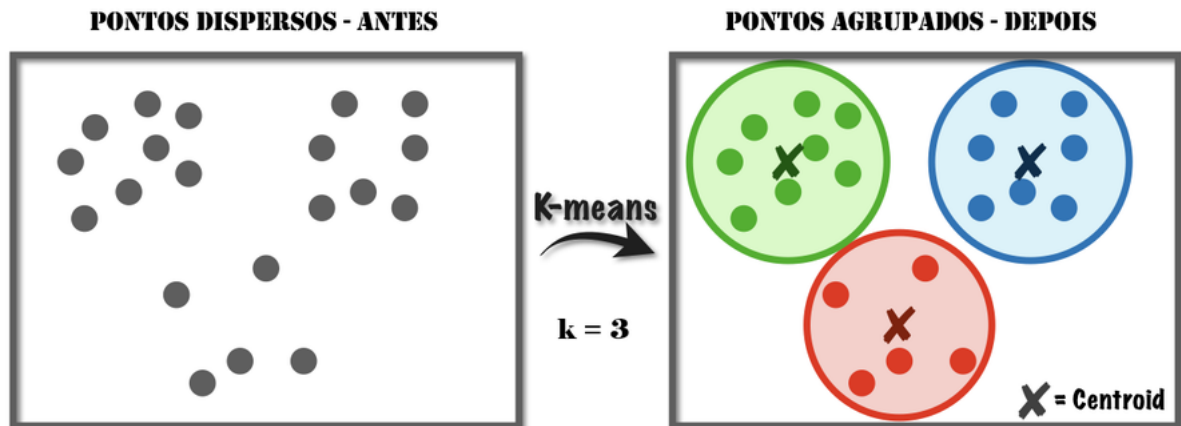
Há essencialmente três critérios de parada que podem ser adotados para o algoritmo:

- Centroides dos clusters recém-formados iguais aos da iteração anterior;
- Pontos permanecem no mesmo *cluster*;
- Número máximo de iterações atingido.

A Figura 3 mostra um exemplo de resultado do algoritmo.



Figura 3 – Pontos agrupados.



Adaptado de: <https://medium.com/@luigi.fiori.lf0303/k-means-clustering-using-python-db57415d26e6>

Há uma gama enorme de aplicações desse algoritmo. Por exemplo, uma instituição financeira quer dar ofertas de crédito a seus clientes. Atualmente, elas analisam os detalhes de cada cliente e, com base nestas informações, decidem qual oferta deve ser oferecida. Essa instituição pode ter milhares de clientes, tornando ineficiente a análise separada de cada cliente, certamente seria um processo demorado e custoso. Uma opção viável seria separar os clientes em diferentes grupos, como exemplo: alta, média e baixa renda. Agora, existem três diferentes diretrizes de ofertas, uma para cada grupo, reduzindo o esforço e tempo. Esses grupos citados acima correspondem aos chamados *clusters*.

Nesse trabalho, o algoritmo foi utilizado para agrupar a localização geográfica (latitude e longitude) de 271 radares instalados nas vias da cidade de Campinas, disponibilizados pela EMDEC, com o objetivo de representar uma situação próxima da realidade do fluxo de veículos, utilizando como premissa que o posicionamento dos mesmos são estratégicos.

No exemplo ilustrativo da Figura 3 acima, o valor de  $k = 3$  foi definido arbitrariamente. No decorrer do trabalho, quando apresentado o estudo de caso final, será mostrada uma metodologia para a seleção desse valor, que resultará no agrupamento dos 271 radares citados acima, simplificando o conjunto de pontos de demanda.

### 3 MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentados os métodos abordados neste trabalho para produzir uma solução para o problema de otimização descrito no capítulo anterior, e também uma revisão de literatura com alguns dos trabalhos mais importantes no campo de localização de facilidades.

#### 3.1 Programação matemática

O problema da alocação ótima de EPs pode ser classificado como um Problema das  $p$ -Medianas, que tem como objetivo localizar  $p$  facilidades (denominadas medianas) para atender  $n$  pontos de demanda, de forma que a distância percorrida do ponto de demanda à facilidade seja a menor possível. Basicamente, trata-se de um problema de programação linear inteira.

Inicialmente o Problema das  $p$ -Medianas foi introduzido por Hakimi (1964). Ele apresentou um teorema importante para a obtenção de soluções para o Problema das  $p$ -Medianas, o qual prova que ao menos um conjunto de pontos ótimos do problema será constituído de nós do grafo, e, com isso, as heurísticas de busca não perderiam mais tempo na procura da solução sobre os arcos do grafo. Posteriormente, o desenvolvimento da solução heurística se deu por Teitz e Bart (1968). Eles desenvolveram um método chamado *node substitution*, onde, a partir de uma solução inicial viável, o algoritmo irá substituir cada vértice do grafo um por vez até não haver melhorias.

Em REVELLE e SWAIN (1970) apresentaram uma formulação do problema como um Problema de Programação Inteira. Eles realizaram um estudo sobre um problema envolvendo *Central Facilities Location*, que consiste em designar  $m$  de  $n$  nós ( $m < n$ ) como centros, de tal forma que a distância ou o tempo de viagem de cada pessoa de um nó  $n$  ao seu nó central mais próximo seja o mínimo possível. Além disso, está presente no trabalho uma formulação do Problema das  $p$ -Medianas em termos de Programação Inteira Binária.

Hansen e Mladenović (1997) publicaram um trabalho onde apresentaram diferentes heurísticas VNS (*Variable Neighborhood Search*) para o Problema das  $p$ -Medianas. Além disso, compararam uma heurística gulosa com trocas e duas heurísticas Busca Tabu, uma proposta por Glover ((GLOVER, 1989) e (GLOVER, 1990)) e outra por Voss (VOSS, 1996). Após o desenvolvimento, concluíram que o VNS superou os outros algoritmos.

Em 2006, foi publicado um trabalho realizado por Avella, Sassano e Vasil'ev (2006), no qual foi apresentado um algoritmo *Branch-and-Cut-and-Price* que obteve soluções de boa qualidade para instâncias relativamente grandes do Problema das  $p$ -Medianas. Segundo os autores, neste algoritmo estão presentes técnicas de Geração de Colunas e Linhas Retardadas, a exploração da estrutura especial da formulação a fim de resolver a relaxação linear e, por fim, a utilização de desigualdades válidas para reforçar a formulação e limitar o

tamanho da árvore de enumeração.

Para fins didáticos, considere que uma cidade seja dividida em 14 regiões, e que se deseja escolher três dessas para implantar centros de triagem para intensificar as medidas de prevenção e combate à COVID-19. Este problema pode ser representado como na Figura 4, em que as 14 regiões são representadas como nós de acordo com as suas localizações geográficas.

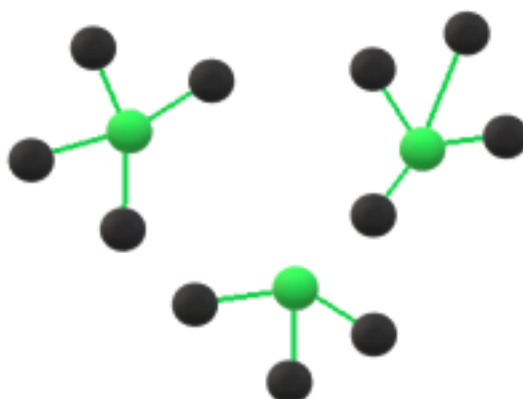
**Figura 4 – Exemplo didático.**



Elaboração própria

A Figura 5 apresenta a solução para o exemplo, podendo ser diretamente obtida a partir de um solver de otimização. Portanto, as três regiões destacadas foram escolhidas para a implantação dos postos de triagem, então, cada nó não mediana é atribuído à mediana mais próxima.

**Figura 5 – Solução viável do exemplo didático.**



Elaboração própria

Desta maneira, considerando que cada vértice é uma mediana em potencial, define-se formalmente o problema da localização de  $p$ -Medianas da seguinte forma: seja  $G(V, A)$  um grafo não orientado onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arestas,

deve-se encontrar um conjunto de vértices  $V_p \subset V$  (conjunto de medianas) respeitando o valor de  $p$ , tal que, a soma das distâncias de cada vértice restante em  $\{V - V_p\}$  (conjunto de demandas) até seu vértice mais próximo em seja a mínima possível.

Podemos encontrar uma aplicação do Problema das  $p$ -Medianas em Santos *et al.* (2020), onde o objetivo é encontrar a melhor localização para realocação da Unidade Estratégica de Saúde da Família Ribeirinha - UESFR da Ilha das Onças, para que todas as famílias da localidade em estudo tenham acesso e cobertura pelos agentes comunitários de saúde - ACS.

Na Figura 6 são apresentadas as microáreas cobertas e não cobertas por ACS da UESFR. Em vermelho, as microáreas com cobertura por ACS e, em amarelo, sem cobertura.

**Figura 6 – Levantamento das microáreas cobertas e não cobertas por ACS.**



Adaptado de Santos et al. (2020)

Após ser realizada uma etapa de atribuições de peso para cada região, considerando o número de famílias e pessoas, o estudo concluiu que a UESFR deveria ser realocada do ponto 5 para o 6, apresentando melhorias para toda a comunidade.

Outro exemplo prático do Problema das  $p$ -Medianas é apresentado em LORENA *et al.* (2001), onde é proposto um modelo integrado ao sistema de informações geográficas ArcView. Os testes foram realizados usando dados da cidade de São José dos Campos, São Paulo. O objetivo era instalar três antenas para oferecer a maior cobertura de telefonia móvel. Os resultados podem ser observados na Figura 7, onde os polígonos correspondem às quadras do centro da cidade, os pontos amarelos são as antenas e em vermelho, a cobertura.

**Figura 7 – Solução do problema de instalação de três antenas de telefonia móvel.**



Lorena et al (2001)

### 3.1.1 Método de resolução 1 – função INTLINPROG

O modelo PLI (2.10)-(2.17) tem uma estrutura apropriada para a utilização da função INTLINPROG do Matlab (MATHWORKS, 2022). A função INTLINPROG é um solver para problemas de programação linear inteira mista (PLIM), que devem ter a seguinte forma:

$$\min f^T \cdot w \quad (3.1)$$

s.a

$$A \cdot w \leq b \quad (3.2)$$

$$A_{eq} \cdot w = b_{eq} \quad (3.3)$$

$$w_k \text{ inteiro}, k \in I \quad (3.4)$$

$$LB \leq w \leq UB \quad (3.5)$$

Equação 3.1: função objetivo, em que  $f$  é o vetor de custos e  $w$  é o vetor das variáveis de decisão. No caso do modelo deste trabalho, corresponde a equação (2.10).

Equação 3.2: forma padrão de representação do conjunto de restrições de desigualdade. No caso do modelo deste trabalho, corresponde a (2.12 - 2.15).

Equação 3.3: forma padrão de representação do conjunto de restrições de igualdade. No caso do modelo deste trabalho, corresponde a (2.11).

Equação 3.4: indica o subconjunto  $I$  das variáveis de decisão especificadas como inteiras (lembrando que o vetor  $w$  em geral pode conter elementos reais e inteiros). No caso do modelo deste trabalho, todas as variáveis de decisão são inteiras, na verdade, binárias.

Equação 3.5: limitantes inferior e superior das variáveis de decisão. No caso do modelo deste trabalho, corresponde a (2.16 e 2.17).

Nota-se que o vetor  $w$  de INTLINPROG é o vetor das variáveis de decisão. Considerando o modelo (2.10 - 2.17), as variáveis de decisão são os elementos do vetor  $y$  e os elementos da matriz  $x$ , e o vetor  $w$  fica:

$$w = \begin{bmatrix} y \\ x_1^T \\ x_2^T \\ \vdots \\ x_{NVE}^T \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

em que  $y$  tem  $NEP$  posições, e  $x_i$  são vetores com  $NEP$  posições correspondentes às linhas  $i$  da matriz  $x$ . Logo, o vetor  $w$  tem  $dim = [NEP \times (1 + NVE)]$  posições.

Com base na estrutura de  $w$ , o vetor  $f$  e as matrizes  $A$  e  $A_{eq}$  são montadas.

Por exemplo, considere a função objetivo  $g$  (2.10), ou seja, os termos associados aos custos de instalação, os custos associados às distâncias entre os EPs e os VEs e os custos de manutenção. O vetor  $f$  fica:

$$f = [CI (CD_1 + CM_1) (CD_2 + CM_2) \dots (CD_{NVE} + CM_{NVE})] \quad (3.7)$$

em que  $CI$  é um vetor com  $NEP$  posições.  $CD_i$  e  $CM_i$  são vetores com  $NEP$  posições correspondentes às linhas  $i$  das matrizes  $CD$  e  $CM$ . Logo, o vetor  $f$  tem  $dim = [NEP \times (1 + NVE)]$  posições.

Considere agora a restrição de desigualdade (2.12), ou seja, a restrição que estabelece o número máximo de EPs a serem alocados. Considerando o caso particular do modelo em que somente esta restrição de desigualdade seja considerada, a matriz  $A$  terá dimensão  $[1 \times dim]$ , sendo as primeiras  $NEP$  colunas iguais a um e as demais iguais a zero. O vetor  $b$  terá apenas uma posição, igual a  $p$ . Logo, a inserção da restrição (2.12) resulta:

$$A = [1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad b = [p] \quad (3.8)$$

O mesmo raciocínio vale para a inserção das demais restrições de desigualdade (2.13 - 2.15), resultando na matriz  $A$  e no vetor  $b$  completos. Com relação à construção de  $A_{eq}$  e  $b_{eq}$ , correspondentes à restrição de igualdade (2.11), o procedimento é similar.

A função INTLINPROG do Matlab é chamada através da linha de comando:

$$[w, fval, exitflag, output] = intlinprog(f, intcon, A, b, Aeq, beq, lb, ub, options)$$

Os elementos do termo da esquerda correspondem aos argumentos de saída, onde:

- $w$ : solução retornada como um vetor que minimiza a função objetivo  $f^T \cdot w$ , sujeito a todos os limites e restrições;
- $fval$ : valor da função objetivo;
- $exitflag$ : condição de parada, retornado como um número inteiro identificando a convergência ou a razão da não convergência;
- $output$ : resumo do processo de solução, retornado como uma estrutura contendo informações sobre o processo de otimização.

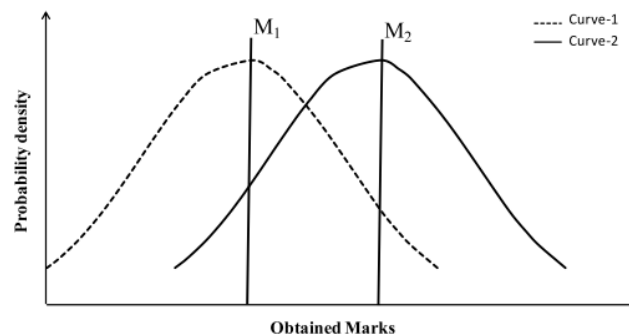
Os demais termos são os argumentos de entrada, os quais foram comentados anteriormente.

### 3.2 TLBO

O *Teaching-Learning-Based Optimization* (TLBO) é uma metaheurística fundamentada em comportamento de populações, baseada no efeito da influência de um professor sobre o aprendizado de alunos em sala de aula. A variável de saída do problema corresponde às notas obtidas. O professor é genericamente considerado uma pessoa de saber, que compartilha seus conhecimentos com os alunos. A qualidade do professor afeta o desempenho dos alunos. É óbvio que um bom professor treina seus alunos de tal forma que eles poderão obter melhores notas (RAO; SAVSANI; VAKHARIA, 2011).

Considere dois professores,  $T_1$  e  $T_2$ , ministrando um tópico com o mesmo conteúdo a estudantes com o mesmo nível de mérito em duas classes diferentes. A Figura 8 mostra a distribuição de notas obtidas pelos alunos das duas diferentes classes, conforme avaliados pelos professores.

As curvas 1 e 2 representam as notas obtidas pelos alunos ensinados pelos professores  $T_1$  e  $T_2$ , respectivamente. Uma distribuição normal de notas obtidas é considerada, mas, na prática, é possível haver assimetrias (*skewness*).

**Figura 8 – Distribuição de notas obtidas por alunos ensinados por dois professores diferentes.**

R.V. Rao et al (2011)

A distribuição normal é definida como (RAO; SAVSANI; VAKHARIA, 2011):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.9)$$

em que  $\sigma^2$  é a variância,  $\mu$  é a média e  $x$  é qualquer valor para o qual se deseje a função de distribuição normal.

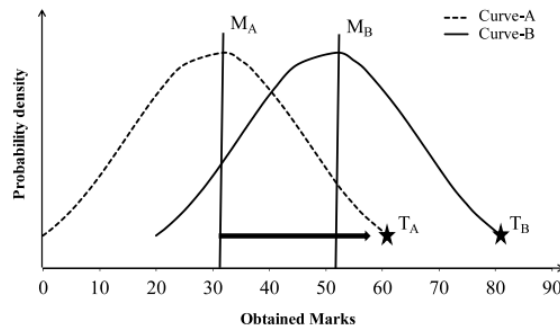
Nota-se pela Figura 8 que a curva 2 representa melhores resultados que a curva 1, portanto, pode-se dizer que o professor  $T_2$  é melhor que o professor  $T_1$  em termos de ensino. A principal diferença entre os resultados está nas médias ( $M_2$  para curva 2 e  $M_1$  para curva 1), isto é, um bom professor leva a uma melhor média das notas dos estudantes. Os estudantes também aprendem pela interação entre eles, o que também ajuda em seus resultados.

Com base no processo de aprendizado descrito acima, um novo método matemático (TLBO) pode ser formatado e implementado para a otimização de uma função contínua não linear irrestrita. Considere a Figura 9, que mostra um modelo das notas obtidas por estudantes em uma classe com a curva A tendo uma média  $M_A$ . O professor é considerado como sendo a pessoa que tem o maior conhecimento na sociedade, então o melhor aluno faz o papel de professor, o que é representado por  $T_A$  na Figura 9.

O professor tenta disseminar conhecimento entre os alunos, que por sua vez aumenta o nível de conhecimento de toda a classe e ajuda os alunos a obterem maiores notas. Então, o professor aumenta a média da classe de acordo em sua capacidade.



**Figura 9 – Modelo para a distribuição de notas obtidas por um grupo de alunos.**



R.V. Rao et al (2011)

Na Figura 9 o professor  $T_A$  tentará mover a média  $M_A$  de acordo com sua capacidade, portanto, aumentando o nível dos alunos para uma nova média  $M_B$ . O professor  $T_A$  se esforçará ao máximo para ensinar seus alunos, mas os alunos ganharão conhecimento de acordo com a qualidade de ensino oferecido pelo professor e a qualidade dos alunos presentes na classe.

A qualidade dos alunos é avaliada pela média obtida por essa população. O professor  $T_A$  se esforça para aumentar a qualidade dos estudantes de  $M_A$  para  $M_B$ , e ao atingir este estágio, os alunos requerem um novo professor, de qualidade superior a eles próprios, ou seja, neste caso o novo professor é  $T_B$ . Logo, haverá uma nova curva B com um novo professor  $T_B$ .

Assim como outros algoritmos inspirados na natureza, o TLBO é também um método baseado em população, e usa uma população de soluções para caminhar em direção à solução global. Para o TLBO, a população é considerada como um grupo de alunos. Em algoritmos de otimização, a população consiste em um grupo de variáveis de decisão. Em TLBO, diferentes variáveis de decisão serão análogas a diferentes tópicos oferecidos aos alunos e as notas dos alunos são análogas a função fitness, da mesma forma que em outras técnicas de otimização baseadas em populações. O professor é considerado como a melhor solução encontrada até o momento.

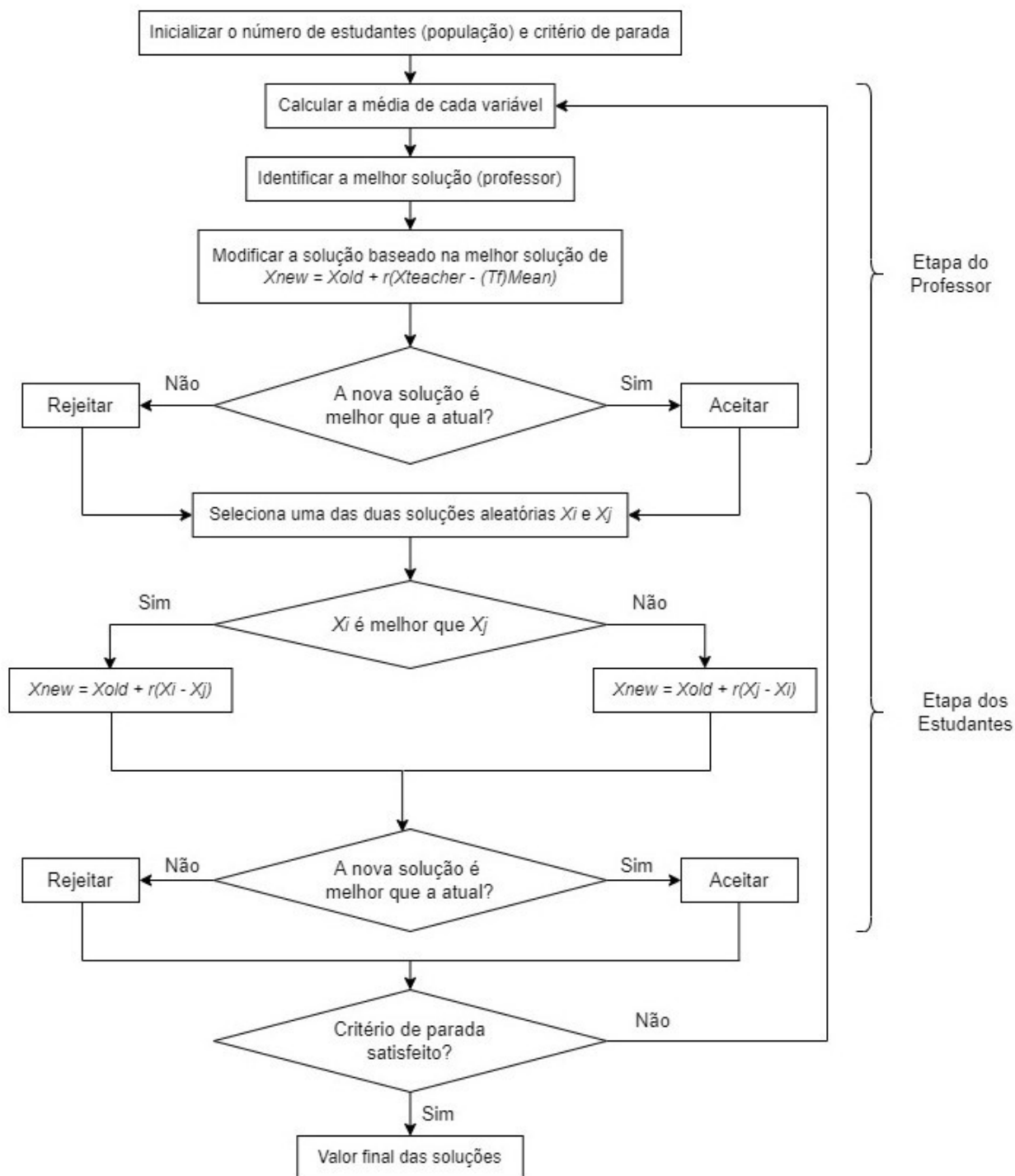
O processo do TLBO é dividido em duas partes. A primeira parte consiste na “*Teacher Phase*” e a segunda parte é a “*Learner Phase*”. A *Teacher Phase* consiste em um processo da aprendizagem pelo professor, enquanto a *Learner Phase* significa um processo de aprendizagem através da interação entre os alunos, conforme mostra o fluxograma da Figura 10.

Diferentemente de outras metaheurísticas propostas na literatura, o TLBO não contém parâmetros a serem ajustados, sendo esse aspecto uma vantagem do método.

Fica claro pela descrição feita e pela Figura 10 que o TLBO básico não inclui a consideração de restrições ao problema, que estão descritas adiante. Várias técnicas de tratamento de restrições são disponíveis na literatura, como, por exemplo, a incorporação

de penalidades estáticas, penalidades dinâmicas, penalidades adaptativas etc.

Figura 10 – Fluxograma do *Teaching–Learning-Based Optimization (TLBO)*.



Adaptado de: R.V. Rao et al (2011)

O TLBO foi proposto originalmente com variáveis contínuas, porém, para o problema abordado neste trabalho, é necessária uma adaptação para tratar de variáveis binárias, pois

o EP será instalado ou não (0 ou 1) e, o VE será alocado ou não a um EP (0 ou 1). Em Allam e Nandhini (2018) foi proposto o algoritmo FS-BTLBO (*Feature Selection Binary Teaching Learning Based Optimization*) que necessita apenas de parâmetros de controle comuns. Na primeira seção do algoritmo, os alunos são treinados com a ajuda de um professor. Em cada iteração ( $k$ ), suponha que haja  $s$  características (isto é, atributos,  $\{f = 1, 2, \dots, s\}$ ) e  $t$  instâncias (isto é, população, indivíduos,  $\{i = 1, 2, \dots, t\}$ ). Segue o passo a passo da explicação:

- 1) Inicialize o número de instâncias (população binária), uma série de características como  $X_{f,i,k}$  e uma condição de parada.
- 2) Calcule a média de cada atributo para os alunos como  $M_{f,k}$ .
- 3) Encontre a função objetivo dos indivíduos com a equação (3.10).

$$\text{Fitness}(X_{f,i,k}) = \text{Accuracy}(X_{f,i,k}) \quad (3.10)$$

- 4) Atualize os alunos com a ajuda do professor (*Teacher Fase*).
  - a) Selecione o melhor aluno (maior função objetivo) da população como professor.
  - b) Avalie a diferença da média com respeito ao melhor indivíduo, como mostrado em (3.11).

$$\Delta_{f,i,k} = r_k(X_{f,ibest,k} - T_F M_{f,k}) \quad (3.11)$$

onde  $X_{f,ibest,k}$  é o melhor indivíduo,  $T_F$  é o fator de ensino com valor entre 1 e 2, escolhido pelo autor, e  $r_k$  é o intervalo de números binários aleatórios.

- c) O melhor indivíduo age como um professor e treina os demais indivíduos. Atualize cada aluno na população usando a equação (3.12).

$$X'_{f,i,k} = 0 \text{ se } X_{f,i,k} + \Delta_{f,k} < 0,5 \quad (3.12)$$

$$X'_{f,i,k} = 1 \text{ se } X_{f,i,k} + \Delta_{f,k} \geq 0,5$$

Onde  $X'_{f,i,k}$  é o valor treinado de  $X_{f,i,k}$ .

- d) Se o resultado de  $X'_{f,i,k}$  foi melhor que  $X_{f,i,k}$ , ou seja,  $X'_{f,i,k}$  tem a menor função objetivo, continuar com esse novo valor, caso contrário, continuar com o valor anterior.

- 5) Atualizar cada aluno com a ajuda de outros alunos usando as equações (3.13) e (3.14) (*Learner Phase*).

a) Escolha duas instâncias aleatórias  $U$  e  $V$  com a condição  $X'_{total-U,k} \neq X'_{total-V,k}$  onde  $X'_{total-U,k}$  e  $X'_{total-V,k}$  são atributos reestruturados de  $X_{total-U,k}$  e  $X_{total-V,k}$  de  $U$  e  $V$ , respectivamente.

b) Se  $X'_{total-U,k}$  for melhor que  $X'_{total-V,k}$

$$X''_{f,U,k} = 0 \text{ se } X'_{f,U,k} + r_k(X'_{f,U,k} - X'_{f,V,k}) < 0,5 \quad (3.13)$$

$$X''_{f,U,k} = 1 \text{ se } X'_{f,U,k} + r_k(X'_{f,U,k} - X'_{f,V,k}) \geq 0,5$$

caso contrário

$$X''_{f,U,k} = 0 \text{ se } X'_{f,U,k} + r_k(X'_{f,V,k} - X'_{f,U,k}) < 0,5 \quad (3.14)$$

$$X''_{f,U,k} = 1 \text{ se } X'_{f,U,k} + r_k(X'_{f,V,k} - X'_{f,U,k}) \geq 0,5$$

c) Se  $X''_{f,U,k}$  é melhor que  $X'_{f,U,k}$  então continue com esse novo valor, caso contrário, continuar com o valor anterior.

6) Se a condição de parada for atingida, informe o resultado, caso contrário, volte à etapa 2.

No algoritmo melhorado do FS-BTLBO, a população é representada por 1 ou 0 para representar a presença ou ausência de uma característica particular no indivíduo.

Porém, neste trabalho, as soluções encontradas com a adaptação para problemas binários não foram de boa qualidade. Foi então formulado um modelo de dois níveis, especializado para o problema abordado, de forma a melhor explorar suas características próprias, referenciados na sequência como primário e secundário. O primário, considera apenas o custo fixo de instalação dos EPs ( $\sum_{i=1}^{NEP} CI_i \cdot y_i$ ) e, o secundário, as distâncias entre os VEs e os EPs e custos de manutenção ( $\sum_{i=1}^{NEP} \sum_{j=1}^{NVE} CD_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{i=1}^{NEP} (CM_i \cdot \sum_{j=1}^{NVE} x_{ij})$ ), cada um respeitando suas restrições encontradas na Seção 2.3.

### 3.2.1 Método de resolução 2 – TLBO

Devido às características próprias da metaheurística, foi resolvido o problema (2.1 - 2.8), ou seja, a não linearidade de (2.6) não altera em nada a sua implementação.

O algoritmo básico do TLBO é mostrado a seguir (LIMA; CASTRO, 2021), considerando que as variáveis de decisão assumem valores reais (variáveis contínuas).

#### Algoritmo 1 – s-TLBO

1) Gerar a população inicial aleatória  $X_i, i = 1, \dots, N_p$ .

#### Etapa do professor

2) Calcular o indivíduo médio  $M = mean(X)$ .

- 3) Escolher o professor  $T$ .
- 4) Calcular a direção  $\Delta = r \cdot (T - T_F \cdot M)$ , onde  $r$  é um número aleatório entre  $[0, 1]$  e  $T_F$  é o fator do professor, definido aqui como 1.
- 5) Para cada indivíduo  $i$ , fazer
  - a. Obter novos indivíduos  $X'_i = X_i + \Delta, i = 1, \dots, Np$ .
  - b. Se  $X_i$  for melhor que  $X'_i$ , manter  $X_i$  na população, do contrário, fazer  $X_i \leftarrow X'_i$ .

### Etapa dos estudantes

- 6) Para cada indivíduo  $X_i, i = 1, \dots, Np$ , siga os seguintes passos:
  - a. Escolha um indivíduo  $X_j$  aleatório.
  - b. Se o indivíduo  $X_i$  for melhor que  $X_j$ , então fazer  $Best = X_i$  e  $Worst = X_j$ . Caso contrário, fazer  $Best = X_j$  e  $Worst = X_i$ .
  - c. Calcular  $Diff = r \cdot (Best - Worst)$ .
  - d. Obter um novo indivíduo  $X'_i = X_i + Diff$ .
  - e. Se  $X_i$  for melhor que  $X'_i$ , manter  $X_i$  na população, do contrário, fazer  $X_i \leftarrow X'_i$ .
- 7) O critério de parada foi cumprido? Em caso afirmativo, pare. Caso contrário, volte ao passo 2.

De acordo com o modelo (2.1 - 2.8), a ideia é obter a alocação ótima dos EPs e dos VEs, ou seja, obter o vetor  $y$  e a matriz  $x$  de forma a minimizar a função  $g$ . Dada uma proposta de alocação de EPs (um vetor  $y$  candidato), só há uma matriz  $x$  que fornece as menores distâncias entre os EPs e os VEs ao mesmo tempo em que todas as restrições são respeitadas. Portanto, a formulação original pode ser transformada em uma formulação em dois níveis.

O problema primário é:

$$\min g_1(y) = \sum_{i=1}^{NEP} CI_i \cdot y_i + \phi_i \quad (3.15)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^{NEP} y_i \leq p \quad (3.16)$$

$$r \cdot y_i \cdot y_j \leq Dist_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, NEP \quad (3.17)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (3.18)$$

em que  $\phi_i$  é igual a:

- a) Um número grande, se o indivíduo  $i$  for inactivável (alguma restrição violada), ou
- b) A solução do problema secundário, que obtém a alocação ótima dos VEs para uma alocação particular de EPs:

$$\phi_i = \min g_2(x) = \sum_{i=1}^{NEP} \sum_{j=1}^{NVE} CD'_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{i=1}^{NEP} (CM_i \cdot \sum_{j=1}^{NVE} x_{ij}) \quad (3.19)$$

s.a

$$\sum_{j=1}^{NEP} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, NVE \quad (3.20)$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^{NVE} D_i \cdot x_{ij} \leq CAP_j \cdot y_j, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (3.22)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (3.23)$$

A matriz de custos associados às distâncias entre os VEs e os EPs ( $CD$ ) é substituída pela matriz modificada  $CD'$ , definida como:

$$CD'_{ij} = \begin{cases} CD_{ij} & \text{se } y_j = 1 \\ \infty & \text{se } y_j = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

As distâncias entre os VEs e EPs não alocados são definidas como um valor muito grande, de forma a garantir que os VEs não serão alocados a EPs não existentes. Na prática, o número grande de (3.24) foi adotado como  $10^5$ .

Logo, s-TLBO é executado resolvendo ambos os problemas, primário e secundário. O problema secundário é executado sempre que um novo vetor  $y$  é gerado pelo problema primário. Isto ocorre nos passos 1, 5(a), e 6(d) do algoritmo.

Os algoritmos dedicados dos TLBOs primário e secundário utilizados neste trabalho são mostrados a seguir. Os algoritmos foram modificados para tratar de variáveis de decisão binárias, conforme será discutido à frente.

### Algoritmo TLBO primário dedicado

- 1) Gerar a população inicial aleatória.

#### Etapa do professor

- 2) Escolher o professor  $T$ .

- 3) Para cada indivíduo  $y_i$ :
  - a. Gerar vetor binário  $r$  cujos elementos são aleatórios.
  - b. Obter o indivíduo deslocado  $y'_i = [(T \text{ AND } r) \text{ OR } (y_i \text{ AND } \bar{r})]$ .
  - c. Se  $y_i$  for melhor que  $y'_i$ , manter  $y_i$  na população, caso contrário, atualizar  $y_i \leftarrow y'_i$ .
  - d. Realizar processo de troca de bits, mantendo na tabela o melhor indivíduo encontrado.

### Etapa dos estudantes

- 4) Para cada indivíduo  $y_i, i = 1, \dots, NEP$ :
  - a. Escolher um indivíduo  $y_j$  aleatoriamente.
  - b. Se o indivíduo  $y_i$  for melhor que  $y_j$ , então  $Best = y_i$  and  $Worst = y_j$ . Caso contrário  $Best = y_j$  and  $Worst = y_i$ .
  - c. Gerar vetor binário  $r$  cujos elementos são aleatórios.
  - d. Obter um novo indivíduo  $y'_i = [(Best \text{ AND } r) \text{ OR } (Worst \text{ AND } \bar{r})]$ .
  - e. Se  $y_i$  for melhor que  $y'_i$  manter  $y_i$  na população, caso contrário, atualizar  $y_i \leftarrow y'_i$ .
  - f. Realizar processo de troca de bits, mantendo na tabela o melhor indivíduo encontrado.
- 5) Critério de parada atingido? Se sim, parar. Caso contrário, voltar ao passo 2.

Passo 1: A população inicial é de fato gerada aleatoriamente, no entanto, garante-se que todos os indivíduos sejam factíveis, ou seja, não se permite que um indivíduo (veículo elétrico) não tenha EP algum alocado. Neste passo, calcula-se as funções objetivo associadas a cada indivíduo, pois esses valores são uma medida da qualidade de cada um. Fica claro em (3.15) que o TLBO secundário deve ser executado para cada indivíduo da população, uma vez que a função objetivo associada a cada indivíduo  $i$  inclui o termo  $\phi_i$ .

Com a finalidade de minimizar o tempo computacional, os valores de  $\phi_i$  associados ao indivíduo  $i$  são armazenados, pois, como o TLBO primário inclui aleatoriedade, é possível que o indivíduo  $i$  seja considerado várias vezes durante o processo de busca pela solução ótima. Então, o valor de  $\phi_i$  é calculado somente uma vez, e depois é utilizado novamente se necessário.

Passo 2: O professor será o indivíduo (linha de  $y$ ) que resulta no menor valor da função objetivo.

Passo 3: Cada indivíduo é deslocado em direção ao professor. Verifica-se se o indivíduo deslocado é melhor ou pior que o indivíduo original. Se for melhor, o indivíduo deslocado substitui o indivíduo original e a matriz é atualizada. Entende-se portanto que se trata de um processo de busca gulosa.

O deslocamento do indivíduo na direção do professor, dado pela função lógica do passo (3b), pode ser descrito da seguinte maneira:

- a) um determinado bit do indivíduo deslocado  $y'_i$  será igual ao respectivo bit do indivíduo original  $y_i$  se o elemento correspondente do vetor  $r$  for igual a 0.
- b) um determinado bit do indivíduo deslocado  $y'_i$  será igual ao respectivo bit do professor  $T$  se o elemento correspondente do vetor  $r$  for igual a 1.

Por exemplo:

$$T = [1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1]$$

$$y_i = [0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0]$$

$$r = [0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0]$$

resultam em um indivíduo deslocado:

$$y'_i = [0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0]$$

De forma a reforçar a aleatoriedade do processo de busca em um ambiente de variáveis de decisão binárias, acrescentou-se o passo (3d). Uma vez definido o melhor indivíduo no passo (3c), realiza-se o seguinte procedimento:

- Escolhe-se aleatoriamente um bit do indivíduo.
- Troca-se esse bit, ou seja, se o bit for igual a 1, substitui-se por 0, e vice-versa. Isto equivale a acrescentar um EP ( $0 \rightarrow 1$ ) ou retirar um EP ( $1 \rightarrow 0$ ).
- Avalia-se o novo indivíduo, e se ele for melhor que o indivíduo corrente, ele substituirá o indivíduo corrente na tabela de indivíduos. Caso contrário, o indivíduo corrente permanece.

Esse processo é realizado um certo número aleatório de vezes. Neste trabalho, define-se esse número de vezes da maneira descrita a seguir. Estabelece-se inicialmente um número máximo de vezes igual ao tamanho do indivíduo. No momento de realizar a etapa de troca de bits, escolhe-se um número aleatório entre zero e esse número máximo, sendo este o número de vezes que o passo acima é executado.

Passo 4: Na etapa dos estudantes, escolhem-se pares de estudantes e assume-se que o pior estudante procura se melhorar tendo como exemplo todo o conhecimento do melhor estudante. Novamente, trata-se de um processo de busca gulosa.

Os passos (4c)-(4f) da etapa dos estudantes são semelhantes aos passos (3a)-(3d) da etapa do professor.

Passo 5: Nesse trabalho definiu-se como critério de parada um número fixo de iterações.

### **Algoritmo TLBO secundário dedicado**



- 1) Gerar a população inicial aleatória.

### Etapa do professor

- 2) Escolher o professor  $T$ .
- 3) Para cada indivíduo  $y_i$ :
  - a. Gerar vetor binário  $r$  cujos elementos são aleatórios.
  - b. Obter o indivíduo deslocado  $y'_i = [(T \text{ AND } r) \text{ OR } (y_i \text{ AND } \bar{r})]$ .
  - c. Se  $y_i$  for melhor que  $y'_i$ , manter  $y_i$  na população, caso contrário, atualizar  $y_i \leftarrow y'_i$ .
  - d. Realizar processo de troca de bits, mantendo na tabela o melhor indivíduo encontrado.

### Etapa dos estudantes

- 4) Para cada indivíduo  $y_i, i = 1, \dots, NEP$ :
  - a. Escolher um indivíduo  $y_j$  aleatoriamente.
  - b. Se o indivíduo  $y_i$  for melhor que  $y_j$ , então  $Best = y_i$  and  $Worst = y_j$ . Caso contrário  $Best = y_j$  and  $Worst = y_i$ .
  - c. Gerar vetor binário  $r$  cujos elementos são aleatórios.
  - d. Obter um novo indivíduo  $y'_i = [(Best \text{ AND } r) \text{ OR } (Worst \text{ AND } \bar{r})]$ .
  - e. Se  $y_i$  for melhor que  $y'_i$  manter  $y_i$  na população, caso contrário, atualizar  $y_i \leftarrow y'_i$ .
  - f. Realizar processo de troca de bits, mantendo na tabela o melhor indivíduo encontrado.
- 5) Critério de parada atingido? Se sim, parar. Caso contrário, voltar ao passo 2.

Passo 1: A população inicial é de fato gerada aleatoriamente, no entanto, garante-se que todos os indivíduos sejam factíveis, ou seja, cada *cluster* de VE é aleatoriamente alocado a somente um EP existente. Exemplo, supondo que uma alocação candidata de EPs seja (problema com cinco EPs candidatos):

$$y = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1]$$

Então a população inicial do TLBO secundário é gerada de forma que nenhum *cluster* de VE seja alocado a um EP não existente ( $y_i = 0$ ). Supondo que se tenha seis *clusters* de VEs, uma possível população inicial seria:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Passo 2: O professor será o indivíduo (linha de  $x$ ) que resulta no menor valor da função objetivo.

Passo 3: Este passo é semelhante com aquele realizado na etapa do professor. Há apenas uma diferença com relação ao item (3d).

A ideia é ainda manter a aleatoriedade do processo de busca em um ambiente de variáveis de decisão binárias. No entanto, utilizou-se uma lógica diferente do TLBO primário, uma vez que aqui não se deve simplesmente escolher um bit e trocar o seu valor. Essa ação resultaria em ter um *cluster* de VE não alocado a algum EP, ou alocado a mais de um EP, que são situações não permitidas. Então, o processo de troca de bits na realidade corresponde a uma troca de alocações de veículos entre EPs, de acordo com o seguinte procedimento:

- a) Escolhe-se um *cluster* de VE aleatoriamente, VE1, que está alocado no EP1.
- b) Escolhe-se um segundo *cluster* de VE aleatoriamente, diferente de VE1, e que esteja alocado em um EP diferente de EP1. Digamos VE2 e EP2.
- c) Realiza-se a troca de alocação desses VEs, ou seja, VE1 passa a ser alocado no EP2 e VE2 no EP1.
- d) Se essa nova alocação for melhor que a original, atualiza-se a tabela. Caso contrário, a tabela original é mantida.

Esse processo é realizado um certo número aleatório de vezes. Neste trabalho, define-se esse número de vezes da maneira descrita a seguir. Estabelece-se inicialmente um número máximo de vezes igual a 10% (esse valor é arbitrário) do tamanho do indivíduo. No momento de realizar a etapa de troca de bits, escolhe-se um número aleatório entre zero e esse número máximo, sendo este o número de vezes que o passo acima é executado.

Passo 4: O processo é semelhante àquele da etapa do professor, só que envolvendo dois indivíduos aleatórios.

Passo 5: Da mesma forma, definiu-se como critério de parada um número fixo de iterações.

## 4 CENÁRIOS DE AVALIAÇÃO

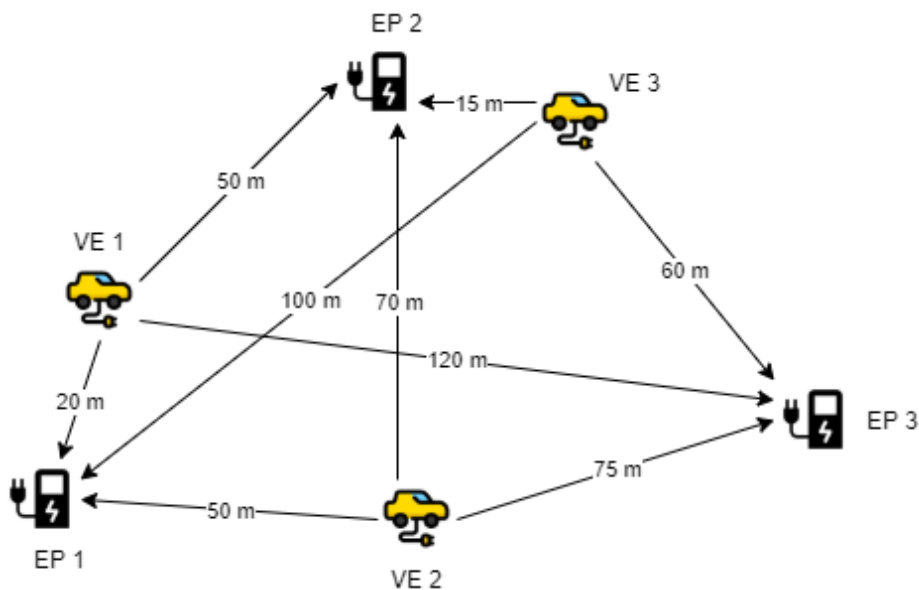
Inicialmente, o objetivo foi implementar e testar os algoritmos de forma cuidadosa e segura, tanto da programação matemática, quanto do TLBO. A estratégia adotada foi formular um problema simples, com o objetivo de identificar de maneira fácil a solução ótima e, conforme o ganho de confiança do algoritmo, testá-lo para problemas mais complexos e de maior dimensão.

É válido informar que a formulação matemática completa observada na Seção 2.3 foi utilizada para o estudo de caso final, onde fazia sentido considerar todas as restrições apresentadas. Como a implementação aconteceu de maneira gradual, a avaliação dos cenários antecedentes ao estudo de caso final foram condizentes com o estado atual do algoritmo.

### 4.1 Cenário simples

Neste cenário, há três EPs candidatos e três *clusters* de VEs, como mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Configuração do cenário simples.



Elaboração própria

Observe que as distâncias dos VEs para os EPs também são mostradas, em metros. O problema resolvido para esse cenário foi:

$$\min g(x, y) = \sum_{i=1}^{NEP} CI_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^{NEP} \sum_{j=1}^{NVE} CD_{ij} \cdot x_{ij} \quad (4.1)$$

s.a

$$\sum_{j=1}^{NEP} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, NVE \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^{NEP} y_i = p \quad (4.3)$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (4.4)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, NEP \quad (4.5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, NVE; j = 1, \dots, NEP \quad (4.6)$$

Os custos de instalação dos EPs em reais são, respectivamente, iguais a  $CI = [10 \ 20 \ 5]$ . A matriz de distância é

$$CD = \begin{bmatrix} 20 & 50 & 120 \\ 50 & 70 & 75 \\ 100 & 15 & 60 \end{bmatrix}$$

Como se trata de um exemplo didático simples, considere a partir de agora que a matriz  $CD$  também seja expressa em reais.

Os custos de instalação e as distâncias foram definidos para que a solução ideal pudesse ser facilmente identificada. Neste caso, a melhor solução consiste em alocar os EPs 1 e 2. Além disso, os *clusters* de VEs 1 e 2 são alocados ao EP 1, e o *cluster* de VE 3 é alocado ao EP 2. O número de EPs foi definido como  $p = 2$ .

O TLBO obteve com sucesso a solução ótima global. As variáveis de decisão foram

$$y = [1 \ 1 \ 0] \quad x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e o custo total de instalação é de R\$30. A soma das distâncias é equivalente a R\$85, resultando em uma função objetivo  $\min g(x, y) = 30 + 85 = 115$ .

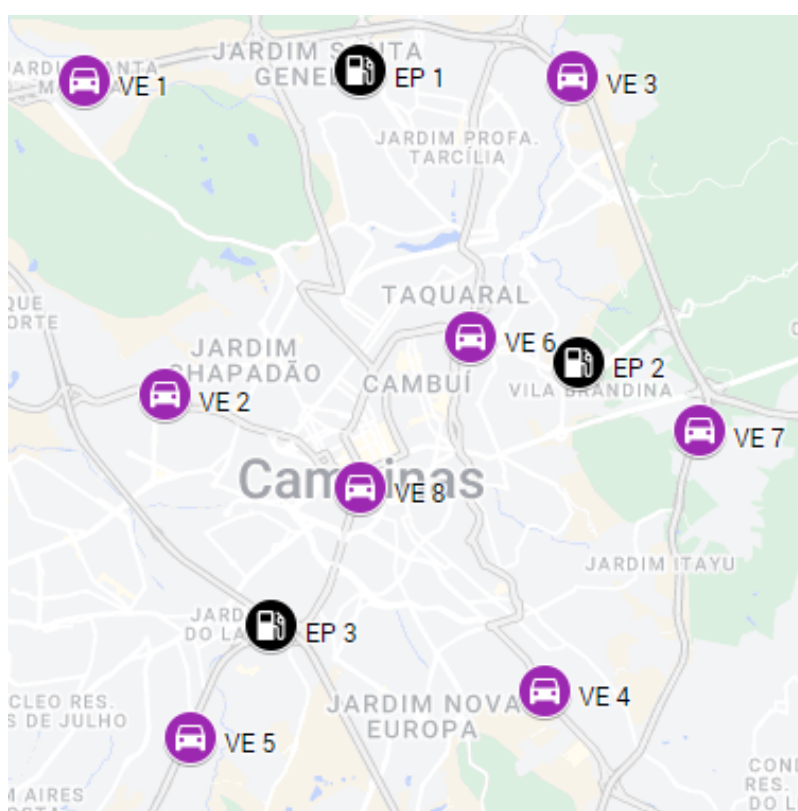
## 4.2 Cenário intermediário

Este cenário consiste em três EPs candidatos e oito *clusters* de VEs, como mostrado na Figura 12. Inicialmente, o problema resolvido para esse cenário foi igual ao anterior (4.1 - 4.6).

O vetor de custos de instalação em R\$ e a matriz de distâncias já transformada para R\$ são

$$CI = [480 \ 520 \ 500] \quad CD = \begin{bmatrix} 4580 & 9470 & 9580 \\ 6280 & 6910 & 4220 \\ 3500 & 4730 & 10400 \\ 10800 & 5510 & 4660 \\ 11400 & 9000 & 2280 \\ 4790 & 1880 & 5840 \\ 8220 & 2300 & 7800 \\ 6910 & 4200 & 2740 \end{bmatrix}$$

Figura 12 – Configuração do cenário intermediário.



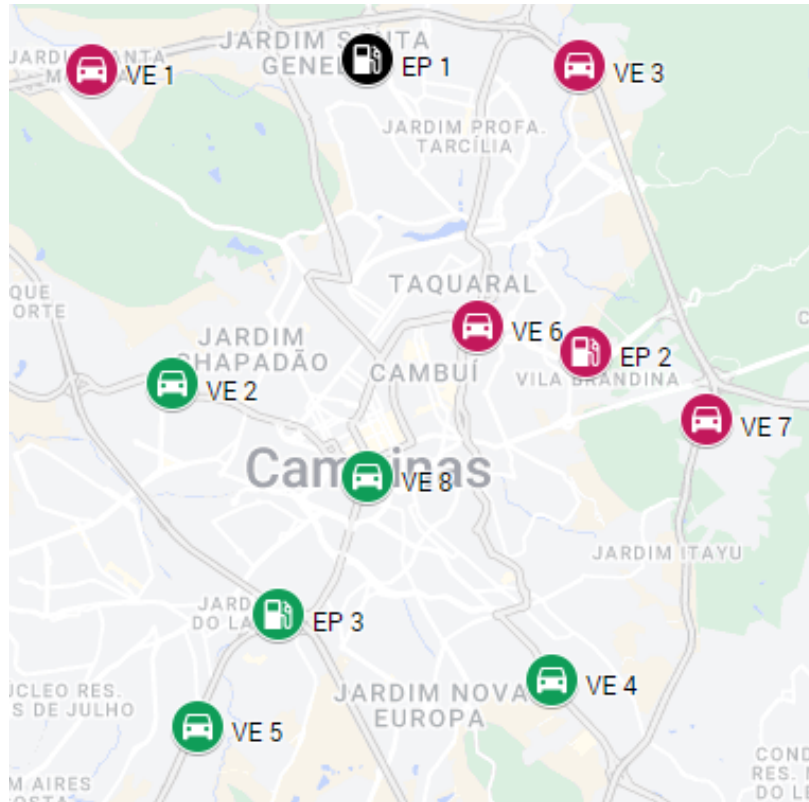
Elaboração própria

A solução ótima do TLBO para  $p = 2$  é:

$$y = [0 \ 1 \ 1] \quad x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A Figura 13 mostra a solução ótima obtida. Os *clusters* em vermelhos são atribuídos ao EP 2, enquanto os verdes são atribuídos ao EP 3. O EP 1 não foi alocado.

Figura 13 – Solução ótima do cenário intermediário.



Elaboração própria

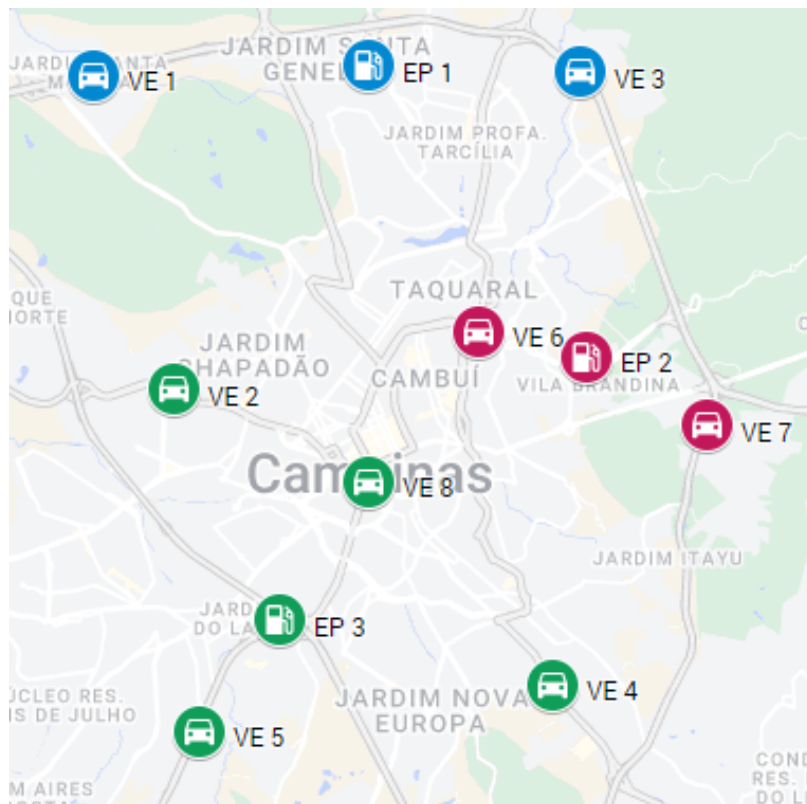
O custo de instalação é igual a R\$1.020 e a soma das distâncias é equivalente a R\$32.280, resultando em uma função objetivo  $\min g(x, y) = 1020 + 32280 = 33300$ . Diferente do cenário anterior, a solução ótima não é facilmente identificada, então, foi utilizada a função INTLINPROG apresentada na Seção 3.1.1 para comparar os resultados, e nesse caso, o TLBO forneceu os mesmos resultados que a função do Matlab.

Uma adaptação necessária, foi a restrição (2.3)  $(\sum_{i=1}^{NEP} y_i \leq p)$ , também apresentada na Seção 2.3, que originalmente iniciou-se como  $\sum_{i=1}^{NEP} y_i = p$ , permitindo um ganho de eficiência em problemas com vários EPs candidatos, uma vez que o algoritmo fornece como resultado a melhor configuração de instalações de facilidades baseado no número total de EPs disponíveis. No mesmo exemplo acima, apenas com essa nova restrição, pode-se observar que a melhor solução seria:

$$y = [1 \ 1 \ 1] \quad x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O custo de instalação aumentou de R\$1.020 para R\$1.500, porém, a soma das distâncias resultou em R\$26.160, uma diferença considerável para a anterior de R\$32.280. A função objetivo, até o momento dos cenários apresentados, corresponde à soma do custo de instalação e das distâncias. Para  $p = 2$  foi de R\$33.300. Já para  $p \leq 3$ , foi R\$27.660. A Figura 14 apresenta a solução ótima do TLBO para  $p \leq 3$ .

Figura 14 – Solução ótima para  $p \leq 3$ .



Elaboração própria

A partir desse ponto, iniciou-se a implementação da restrição de capacidade (2.5), apresentada na Seção 2.3. Cada EP recebe um valor atribuído como sua capacidade e, os *clusters* de VEs, de demanda. A somatória das demandas dos VEs alocados a um EP não pode ultrapassar o seu valor de capacidade. Os vetores de capacidade e de demanda são:

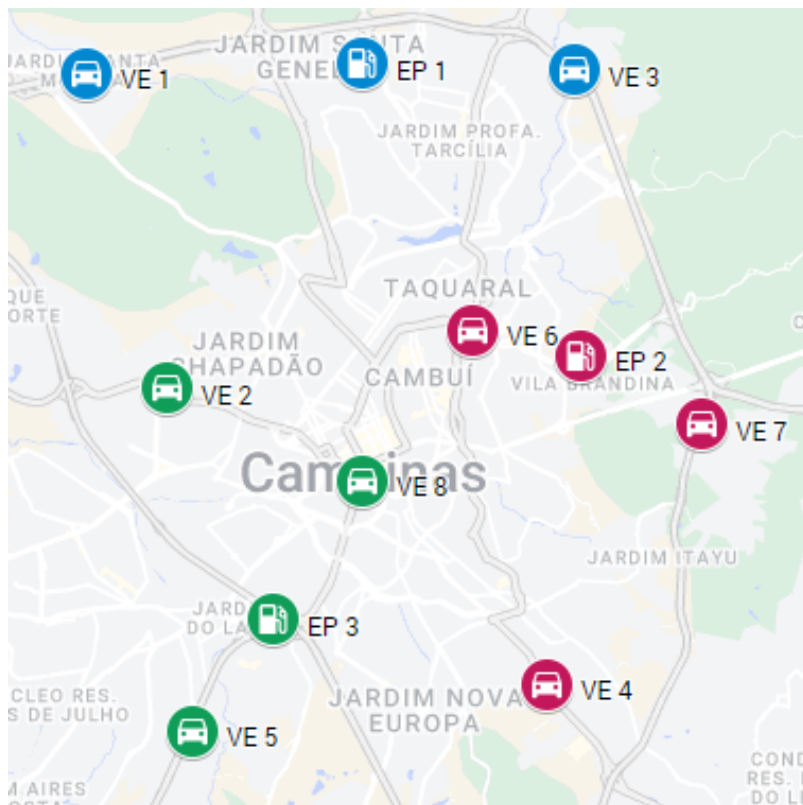
$$CAP = [50 \ 50 \ 50] \quad D = [10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 10]$$

Neste caso, cada EP pode receber no máximo cinco *clusters* de VEs com os valores mostrados acima. Como no exemplo anterior o número máximo de *clusters* de VEs alocados a um EP foi quatro (EP 3), e a solução permaneceu inalterada. Para validar a restrição implementada, foi alterado o valor de capacidade do EP 3, de 50 para 30, forçando o algoritmo encontrar a melhor solução para essa configuração. O novo vetor de capacidade é  $CAP = [50 \ 50 \ 30]$ . A solução ótima encontrada pelo TLBO foi:

$$y = [1 \ 1 \ 1] \quad x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pode-se observar que o *cluster* de VE 4 foi forçado a ser alocado no EP 2, devido a essa nova restrição. O custo de instalação continuou R\$1.500 e a soma das distâncias foi de R\$27.010, resultando em R\$28.510 de função objetivo. A Figura 15 mostra a solução ótima com o acréscimo dessa restrição.

**Figura 15 – Solução ótima para  $p \leq 3$  com restrição de capacidade.**



Elaboração própria



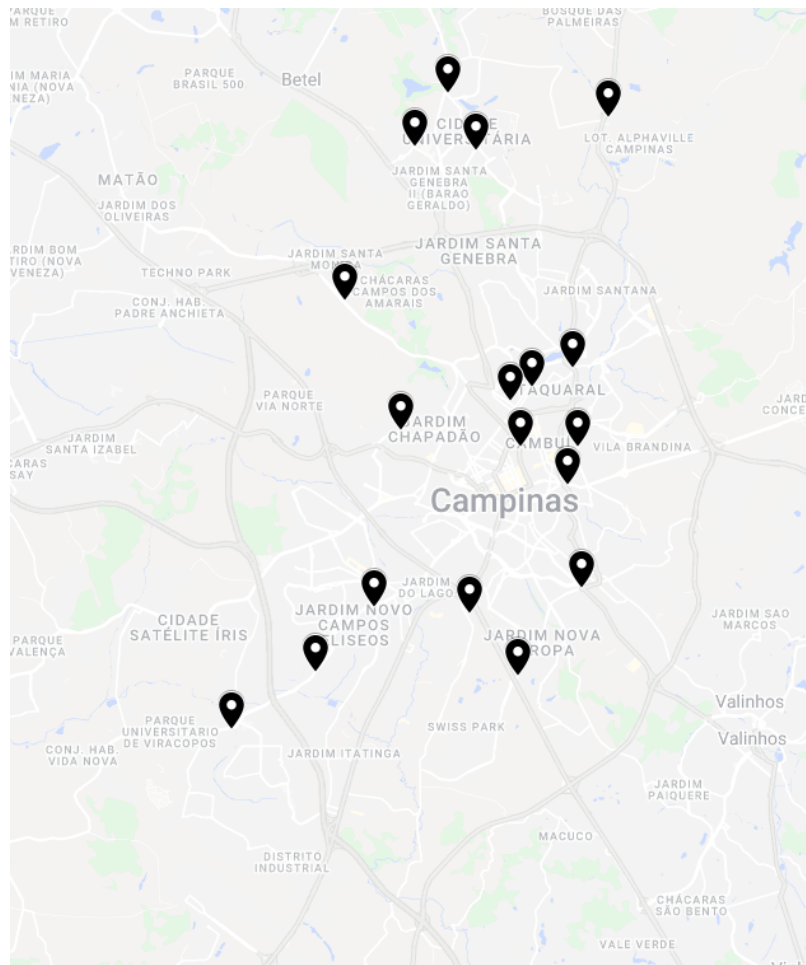
## 5 ESTUDO DE CASO FINAL

Com o ganho de confiabilidade do algoritmo devido aos bons resultados dos cenários de avaliação apresentados no Capítulo 4, iniciou-se a composição do estudo de caso final, que tem como objetivo uma proposta de alocação ótima de estações de recarga específicas para uma região da cidade de Campinas, SP.

Inicialmente, pensou-se em selecionar um conjunto de pontos de facilidades, ou seja, locais que em sua natureza são bons pontos para a instalação de EPs. Logo pensou-se nos postos de combustíveis, uma vez que já são associados como locais de abastecimento, e também pelo conhecimento de que grandes redes de postos já estão oferecendo essa solução, como observado em CANAL SOLAR (2021) e INSIDEEVS (2021).

Foram selecionados postos de uma rede escolhida arbitrariamente com a única restrição de no local existir uma loja de conveniência, entendendo que isso ajudaria na experiência do usuário desse EP. Isso porque a recarga leva um tempo considerável, dependendo da potência do EP. A Figura 16 mostra a posição geográfica dos 18 postos de combustíveis selecionados em preto.

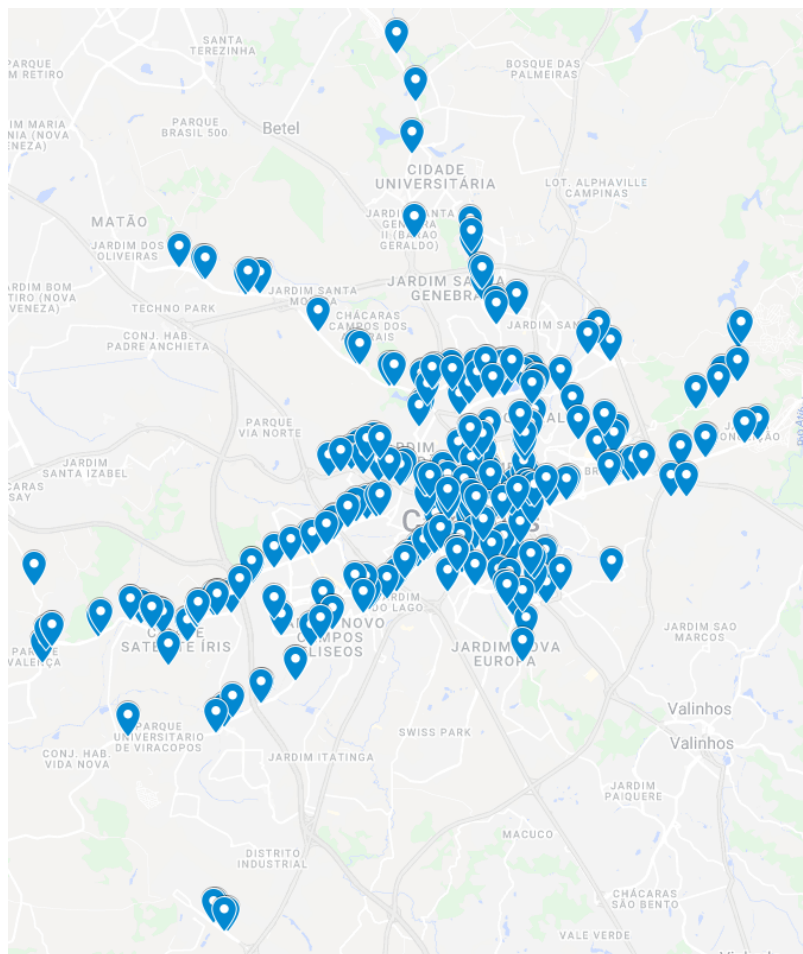
**Figura 16 – Postos de combustíveis do estudo de caso final.**



Elaboração própria

Com os pontos candidatos à instalação dos EPs definidos, o próximo passo foi começar o estudo de pontos de demanda dessa região, ou seja, localizações geográficas que se aproximam do fluxo veicular da região de estudo. Em contato com a Empresa Municipal de Desenvolvimento de Campinas - EMDEC, foi disponibilizada a localização geográfica (latitude e longitude) de 271 radares instalados nas vias. Foi utilizado como premissa que vias com maior fluxo são mais suscetíveis a terem radares. A Figura 17 mostra em azul a posição dos radares.

**Figura 17 – Posição dos 271 radares disponibilizados pela EMDEC.**



Elaboração própria

Inicialmente, pelo conhecimento tácito, pode-se tirar como conclusão preliminar que a distribuição está condizente com o fluxo veicular da região, com uma concentração maior no centro e nas principais vias da cidade de Campinas.

Pode-se notar a existência de pontos muito próximos, surgindo a necessidade de agrupá-los, com o objetivo de reduzir o esforço computacional e obter uma configuração simplificada que se aproxima da original. O método utilizado foi o *K-Means clustering*, seu

passo a passo foi apresentado na Seção 2.4.

Uma das dúvidas mais comuns relacionadas ao uso do K-Means é como selecionar o número ótimo de agrupamentos  $k$ . O número máximo possível de *clusters* será igual ao número de observações no conjunto de dados, nesse caso, 271. Uma maneira de obter o número ideal de clusters é traçar um gráfico, também conhecido como curva de cotovelo, onde o eixo x representará o número de *clusters* e o eixo y será uma métrica de avaliação, que neste caso será a inércia, definida como a soma das distâncias de todos os pontos dentro de um *cluster* a partir do centroide desse *cluster*.

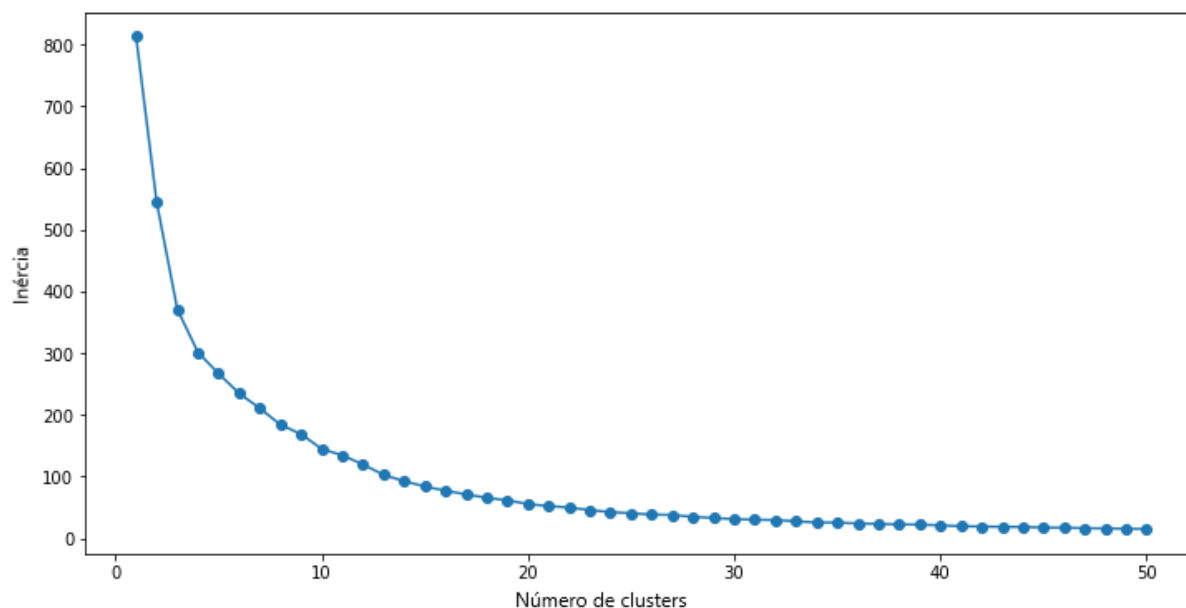
Para esse estudo, foi definido  $k = \{1, 2, \dots, 50\}$ , ou seja, será calculado o valor de inércia para cada caso. A Tabela 1 mostra os valores de inércia em função do número de clusters.

**Tabela 1 – Valores de inércia em função do número de clusters.**

<i>Cluster</i>	Inércia	<i>Cluster</i>	Inércia	<i>Cluster</i>	Inércia	<i>Cluster</i>	Inércia	<i>Cluster</i>	Inércia
1	813,00	11	134,44	21	52,18	31	29,92	41	19,39
2	544,16	12	119,61	22	49,72	32	29,47	42	18,99
3	371,12	13	102,67	23	45,59	33	27,49	43	18,53
4	301,21	14	92,49	24	42,28	34	25,48	44	18,36
5	266,83	15	83,88	25	40,42	35	25,28	45	17,24
6	234,68	16	77,09	26	38,32	36	24,01	46	17,12
7	210,59	17	71,10	27	37,68	37	23,21	47	16,27
8	183,96	18	65,56	28	34,63	38	22,28	48	15,98
9	168,72	19	61,43	29	32,83	39	22,11	49	15,40
10	144,69	20	55,37	30	31,06	40	20,89	50	15,04

A Figura 18 mostra a curva de cotovelo gerada.

Figura 18 – Curva de cotovelo.



Elaboração própria

Pode-se observar que conforme  $k$  vai aumentando, a inércia diminui, o que é esperado, pois, quanto maior o número de clusters distribuídos na região de estudo, menor será a somatória dos pontos atribuídos a esse *cluster* (inércia).

Portanto, pode-se dizer que o valor ideal de  $k$  é aquele a partir do qual a inércia passa a não mudar significativamente, ou seja, é atribuído um valor de corte da inércia. Nesse trabalho, foi atribuído o valor de corte de 30, ou seja, dispensamos os valores de inércia menores do que 30. Portanto,  $k = 30$ .

Agora, o objetivo passou a ser encontrar os 30 pontos de demanda de irão corresponder à posição dos 30 VEs espalhados na região de estudo. Foi feito o passo a passo mostrado na Seção 2.4 com  $k = 30$ .

Neste trabalho, o critério de parada adotado para o método K-means foi o de interromper o processo quando os centroides não estão mudando após duas iterações. A Figura 19 demonstra os pontos obtidos em amarelo. Para efeito de comparação, os pontos em azul são os da Figura 17 antes do *K-Means clustering*.

Figura 19 – Antes e depois do K-Means clustering.

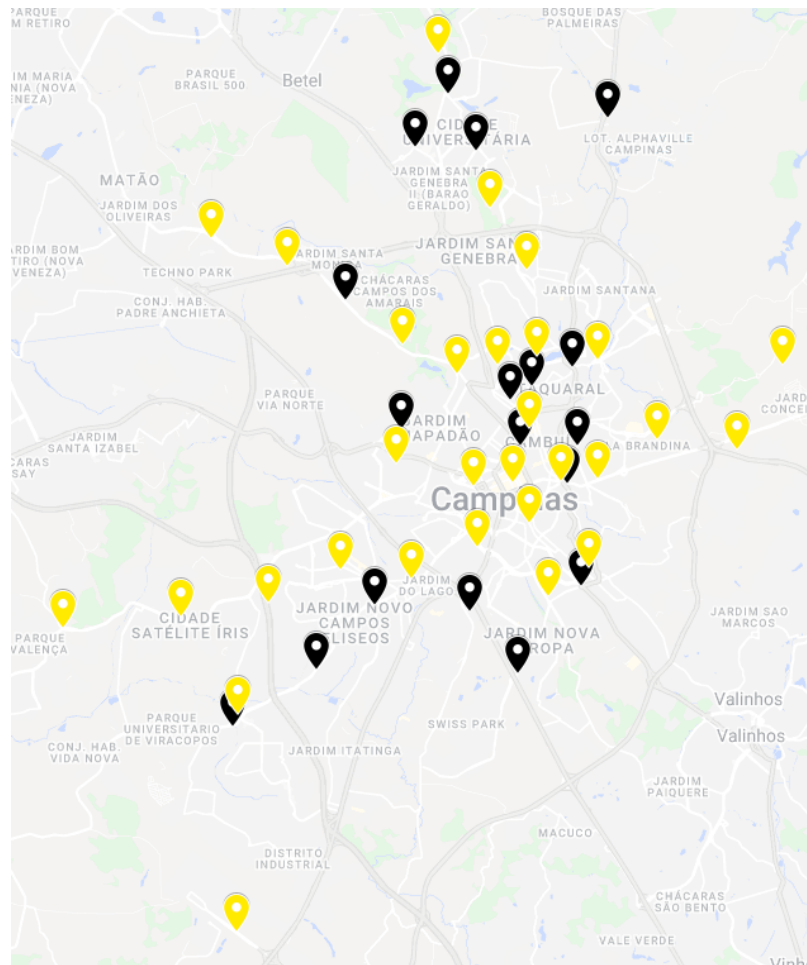


Elaboração própria

Pode-se notar que os 30 pontos obtidos, em amarelo, representam bem os 271 pontos anteriores, em azul, simplificando a configuração e consequentemente reduzindo o esforço operacional.

Agora, com os pontos de facilidade (EPs), em preto, e os pontos de demanda (*clusters* de VEs), em amarelo, definidos, temos a configuração final do estudo de caso, observado na Figura 20.

Figura 20 – Configuração do estudo de caso final.



Elaboração própria

O próximo passo foi montar a matriz de distâncias  $MD$  de dimensão  $[NVE \times NEP]$ , onde  $NVE$  é o número de *clusters* de VEs, que é igual a 30, e  $NEP$  o número de EPs, igual a 18. Para essa etapa, foi utilizada a Distance Matrix API do Google (GOOGLE, 2022). Ainda com o auxílio da API, foi calculada a matriz  $DEPs$  de dimensão  $[NEP \times NEP]$ , que calcula a distância entre os EPs (pontos pretos).

Com as distâncias em mãos, iniciou-se a etapa de modelagem do estudo de caso final. O objetivo é termos todos os valores de vetores e matrizes na mesma unidade de valor, que neste trabalho é em reais (R\$). Abaixo segue os detalhes dessa modelagem.

Primeiro, considerando que a adoção de VEs será maior em bairros com maior poder aquisitivo, devido ao seu alto valor de aquisição, através do relatório de informações sociais do município de Campinas (MARCHESINI, 2016), foi possível separar os locais dos EPs (postos de combustíveis) em grupos de poder aquisitivo, através do rendimento médio <sup>1</sup>, gerando a Tabela 2.

<sup>1</sup> Rendimento médio é calculado em salários mínimos.

**Tabela 2 – Faixa de rendimento médio dos bairros associados aos 18 postos.**

Posto	Bairro	Rendimento médio
1	Jardim Santa Lúcia	2,45
2	Parque Universitário de Viracopos	1,95
3	Jardim Novo Campos Eliseos	2,45
4	Jardim Nova Califórnia	4,48
5	Lot. Parque São Martinho	4,48
6	Jardim das Oliveiras	3,52
7	Guarani	8,88
8	Jardim Planalto	1,70
9	Taquaral	5,71
10	Jardim Nossa Sra. Auxiliadora	5,71
11	Vila Nova	5,94
12	Centro	4,92
13	Jardim Chapadão	4,27
14	Chácaras Campos dos Amarais	1,46
15	Vila Santa Isabel	4,34
16	Cidade Universitária	8,88
17	Cidade Universitária	8,88
18	Jardim Myrian Moreira da Costa	8,88

Foram separados quatro grupos diferentes para atribuir o poder aquisitivo do bairro:

- Grupo 1: até dois salários mínimos;
- Grupo 2: de dois a quatro salários mínimos;
- Grupo 3: de quatro a seis salários mínimos;
- Grupo 4: mais do que seis salários mínimos.

Assim, foi estabelecido o vetor correspondente ao poder aquisitivo dos bairros, sendo ele: Grupos = [2 1 2 3 3 2 4 1 3 3 3 3 3 1 3 4 4 4].

Da mesma maneira que existem locais que, devido ao poder aquisitivo, a adoção de VEs será maior, também existem localidades atreladas aos pontos de demanda (VEs) que por sua natureza devem ter uma prioridade maior, segue essas localidades:

- Parque D. Pedro Shopping: ponto de demanda 22;
- Iguatemi Campinas: ponto de demanda 24;
- Campinas Shopping: ponto de demanda 17;
- Galleria Shopping : ponto de demanda 28;
- Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC-Campinas, Unidade I: ponto de demanda 30;
- Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC-Campinas, Unidade II: ponto de demanda 29;
- Universidade Estadual de Campinas - Unicamp: ponto de demanda 30.

Então, dos 30 pontos, os pontos 17, 22, 24, 28 e 29 receberam o valor de 3. O ponto 30, por ter duas localidades prioritárias, recebeu o valor de 5. Todos os outros receberam o valor de 1. Resultando assim no vetor de localidades prioritárias

$$\text{Locais} = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 3 \ 1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 5].$$

Para deixar os valores equalizados na mesma unidade de medida (R\$), também foi necessária a criação de novos parâmetros, os mesmos são apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3 – Parâmetros para modelagem**

Item	Valor	Descrição
Eficiencia	5	Quantidade de km/kWh do veículo
PrecokWh	1	Valor em R\$ do preço do kWh
PotEP	22	Valor em kW da potência do EP
TempoRecarga	0.5	Valor em horas da recarga média estimada
QtdeRecarga	2	Quantidade de recargas por dia por EP
CustoEP	8000	Preço de aquisição do EP em R\$

Pode-se atribuir valores para os parâmetros do modelo matemático apresentado na Seção (2.3).

- $NEP = 18$ ;
- $NVE = 30$ ;



- $CI = [\text{Grupos}] * \text{CustoEP};$
- $CD = \frac{MD}{1000 * \text{Eficiencia}} * \text{PrecokWh};$
- $CM = [\text{Grupos}] * \frac{\text{CustoEP}}{100}$
- $p = NEP;$
- $D = [\text{Locais}] * \text{PotEP} * \text{TempoRecarga} * \text{PrecokWh};$
- $CAP = [\text{Grupos}] * \text{PotEP} * \text{TempoRecarga} * \text{QtdeRecarga} * \text{PrecokWh};$
- $Dist = DEPs;$
- $r: 2000.$

Nota-se que tanto  $CI$ ,  $CD$ ,  $CM$ ,  $D$  e  $CAP$  foram transformadas em reais (R\$).  $Dist$  é a matriz de distâncias entre os EPs e  $r$  a distância mínima entre dois EPs alocados quaisquer.

Com os dados do estudo de caso final determinados, o mesmo foi executado utilizando os dois métodos de resolução, a PLIM através da função INTLINPROG e o TLBO, apresentados respectivamente nas Seções (3.1.1) e (3.2.1).

A função INTLINPROG será usada como *benchmark* nesse trabalho, por ser um *solver* comercial e sempre apresentar a solução ótima para o conjunto de dados inseridos. O objetivo é avaliar a metaheurística TLBO que foi desenvolvida, que é baseada em população e tem a natureza probabilística, em relação à função INTLINPROG.

## 5.1 Resultados INTLINPROG

As alocações obtidas da simulação da função INTLINPROG estão mostrados na Tabela 4.

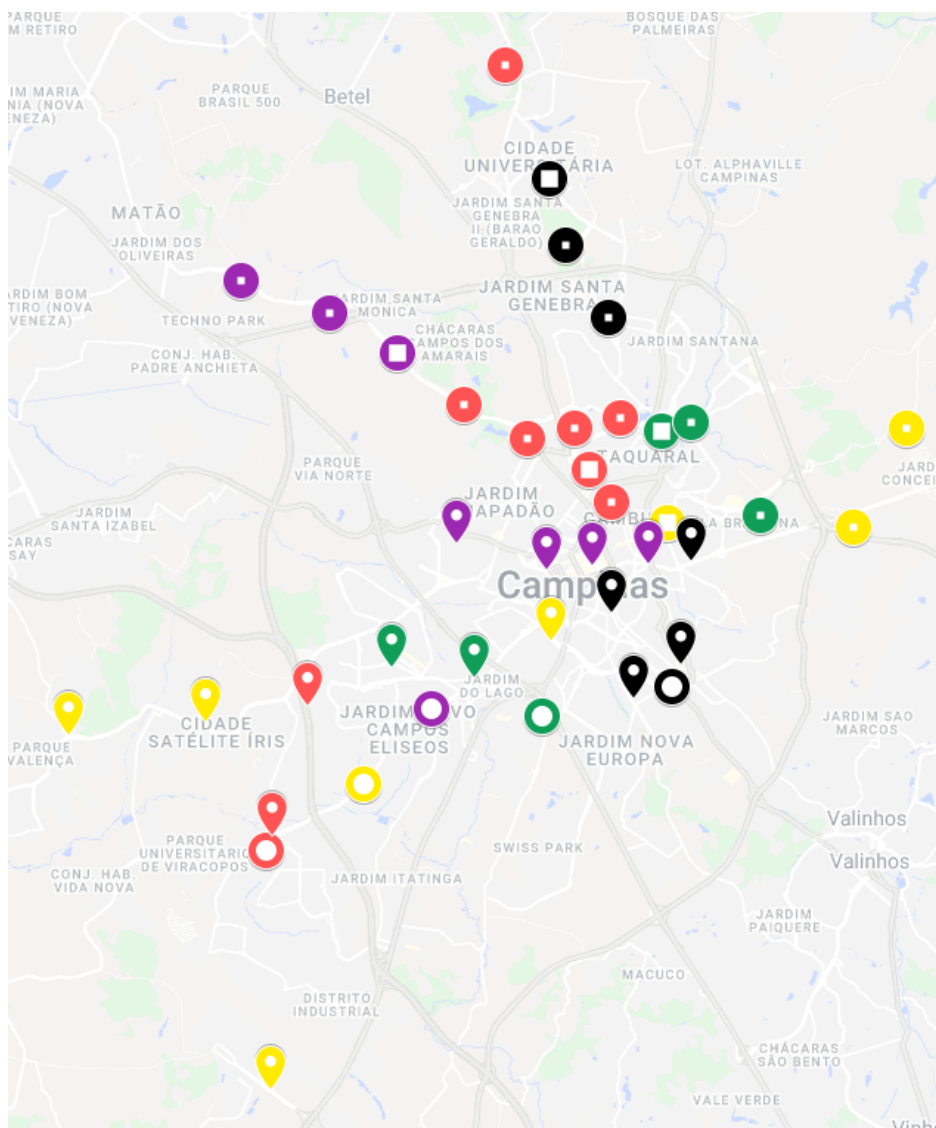
Tabela 4 – Alocações da função INTLINPROG.

EPs	Foi instalado?	clusters de VEs alocados
1	Sim	4, 9, 12 e 15
2	Sim	16 e 21
3	Sim	1, 2, 13 e 27
4	Sim	17 e 29
5	Não	–
6	Sim	6, 8, 19 e 23
7	Não	–
8	Sim	7 e 20
9	Sim	24 e 28
10	Não	–
11	Sim	3, 5, 10, 11, 14 e 26
12	Não	–
13	Não	–
14	Sim	18 e 25
15	Não	–
16	Não	–
17	Sim	22 e 30
18	Não	–

O custo de instalação é igual a R\$176.000 e a soma dos custos das distâncias e de manutenção é R\$5.474,21, totalizando R\$181.474,21 de função objetivo. Conforme descrito anteriormente, esse é o valor considerando como *benchmark*.

A configuração das alocações da função INTLINPROG pode ser visualizada na Figura 21. Os círculos e quadrados centrais grandes equivalem aos EPs. Os círculos coloridos são VEs alocados aos quadrados centrais grandes e os *pins* (em forma de gotas) são VEs alocados aos círculos centrais grandes. A semelhança das cores são as alocações descritas na Tabela 4.

Figura 21 – Alocação da função INTLINPROG.



Elaboração própria

Pode-se observar que as alocações fazem sentido em relação às distâncias entre EPs e VEs. Porém, existem casos particulares que merecem ser comentados isoladamente. A Figura 22 mostra o primeiro deles.

Figura 22 – Primeiro caso particular da função INTLINPROG.



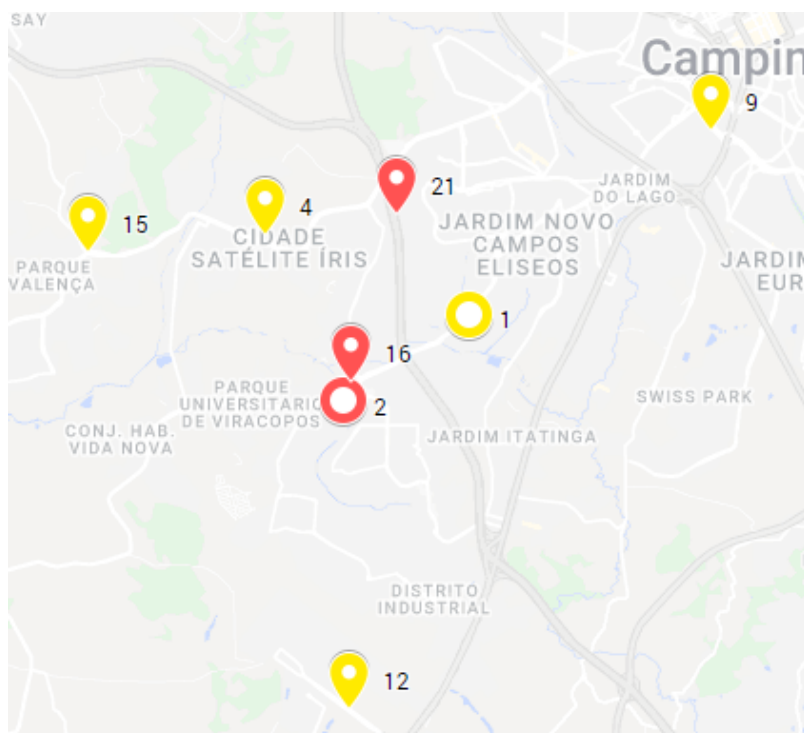
Elaboração própria

É possível observar os *clusters* de VEs 5, 10, 11, 14 e 26 em vermelho bem próximos do EP 11, porém, existe o *cluster* de VE 3 em vermelho na parte superior da imagem que também está alocado ao EP 11, mas está mais próximo do EP 17. Esse caso pode ser explicado pela prioridade dos VEs descrita na Seção 5.

O *cluster* de VE 30 em preto, está atrelado a dois pontos de alta demanda, sendo eles a Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC-Campinas, Unidade I e a Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, respectivamente. Por essa razão, a demanda desse *cluster* é multiplicada por 5. Por sua vez, o *cluster* de VE 22 em preto, está atrelado ao Parque D. Pedro Shopping, outro ponto de alta demanda, multiplicando a demanda desse *cluster* por 3. Essa foi a razão de forçar o *cluster* de VE 3 a ser alocado a outro EP, pois a capacidade do EP 17 foi esgotada por esses dois *clusters* de VEs que estão mais próximos e tem característica de alta demanda.

Outro caso particular pode ser observado na Figura 23, na qual temos o EP 1 em amarelo e 2 em vermelho e os *clusters* de VEs que foram alocados a esses EPs.

Figura 23 – Segundo caso particular da função INTLINPROG.



Elaboração própria

Nesse caso, o EP 1 tem o dobro de capacidade do EP 2, devido às prioridades dos bairros com maior poder aquisitivo também apresentados na Seção 5. Por esse motivo o EP 1 em amarelo tem o dobro de VEs alocados a ele do que o EP 2. Outra particularidade a ser comentada é o motivo do *cluster* de VE 21 em vermelho ser alocado ao EP 2 e não ao EP 1. Isso pode ser explicado pois as distâncias entre VEs e EPs são de percurso e não em linha reta. O percurso do *cluster* de VE 21 até o EP 1 é igual a 25 km, já para o EP 2 é 22 km, por essa razão ele foi alocado ao EP 2.

## 5.2 Resultados TLBO

Diferente da função INTLINPROG, que foi implementada através da programação matemática convencional, a metaheurística TLBO que foi desenvolvida é baseada em população, com natureza probabilística. Por essa razão, é necessário a adição de alguns parâmetros, que são descritos a seguir.

- $vp = 10^{10}$ : fator de penalidade do TLBO primário;
- $vp_{sec} = 10^{10}$ : fator de penalidade do TLBO secundário;
- $penalty_{CAP} = 10^{10}$ : fator de penalidade para caso ineficaz de capacidade dos EPs;

- $penalty_{dist} = 10^{10}$ : fator de penalidade para caso infactível de distância mínima entre EPs;
- $Popsiz = NEP$ : tamanho da população do TLBO primário;
- $Popsiz_{sec} = \frac{NEP \cdot NVE}{10}$ : tamanho da população do TLBO secundário;
- $Itmax = 10$ : número de iterações do TLBO primário;
- $Itmax_{sec} = 20$ : número de iterações do TLBO secundário;
- $Nvar = NEP$ : número de variáveis de decisão do TLBO primário;
- $Nvar_{sec} = NEP \cdot NVE$ : número de variáveis de decisão do TLBO secundário;
- $PCT = 0, 1$ : porcentagem para determinação de mutações;
- $NMM = Nvar$ : número máximo de elementos mutados do TLBO primário;
- $NMM_{sec} = NVE$ : número máximo de elementos mutados do TLBO secundário.

Foram feitas 10 rodadas de simulações com os parâmetros descritos acima, para validar o algoritmo desenvolvido e permitir a criação de outras métricas como solução média e desvio padrão.

A Tabela 5 mostra os resultados em que a função objetivo é dada em R\$ e o tempo de simulação em minutos obtidos a cada rodada.

**Tabela 5 – Resultados da metaheurística TLBO.**

Rodada	Função objetivo	Tempo
1	181.962,35	421
2	181.479,49	677
3	181.632,99	711
4	181.960,09	597
5	181.795,84	627
6	182.121,61	598
7	182.917,47	511
8	182.279,36	740
9	182.113,74	444
10	182.284,01	683

Pode-se observar que a melhor solução obtida foi o valor da rodada 2, de R\$181.479,49. A Tabela 6 mostra as alocações obtidas da simulação dessa rodada da metaheurística TLBO.

**Tabela 6 – Alocações da metaheurística TLBO.**

EPs	Foi instalado?	<i>clusters</i> de VEs alocados
1	Sim	4, 12, 26 e 27
2	Sim	15 e 16
3	Sim	1, 9, 13 e 21
4	Sim	17 e 29
5	Não	–
6	Sim	6, 8, 19 e 23
7	Sim	24 e 30
8	Sim	7 e 20
9	Não	–
10	Sim	5, 10, 11 e 22
11	Não	–
12	Sim	2, 3, 14 e 28
13	Não	–
14	Sim	18 e 25
15	Não	–
16	Não	–
17	Não	–
18	Não	–

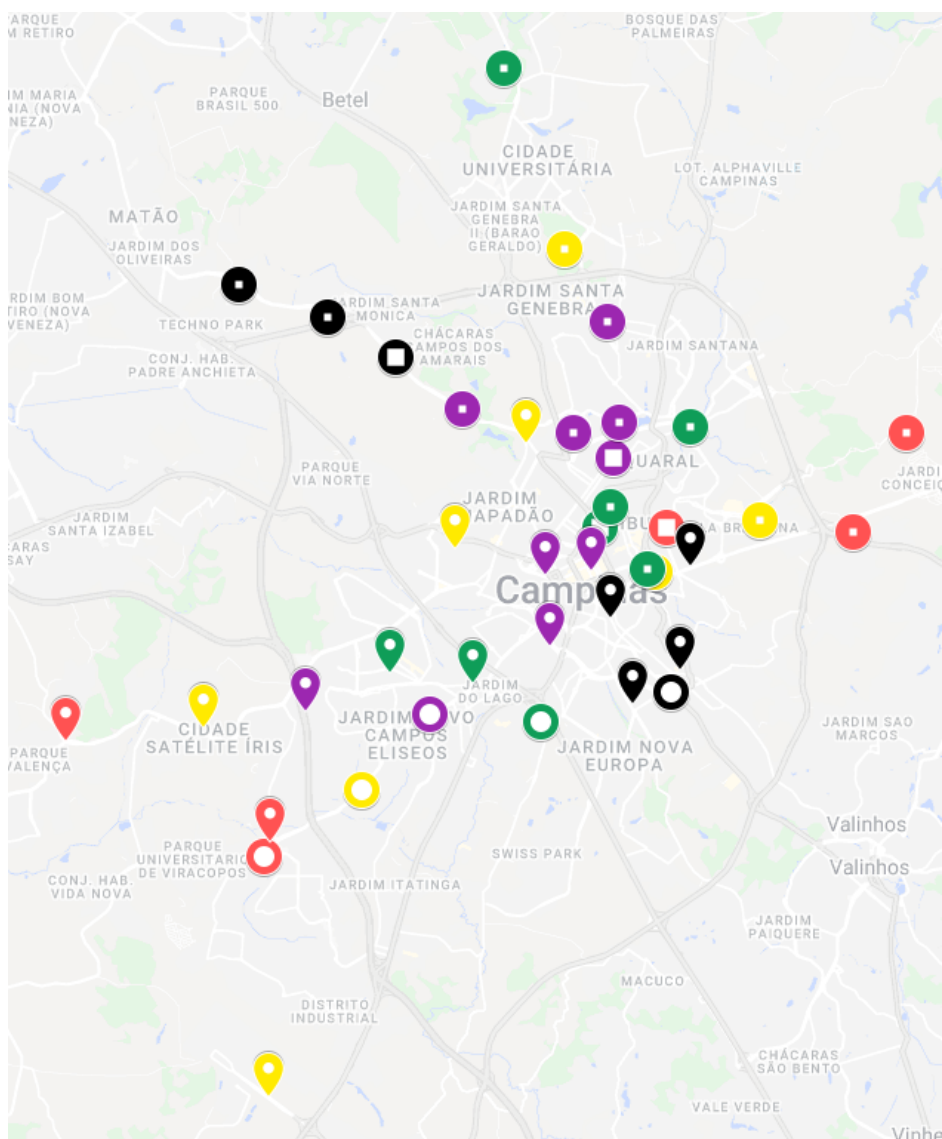
O custo de instalação foi igual ao da função INTLINPROG de R\$176.000 e a soma dos custos das distâncias e de manutenção são R\$5.479,49. A solução média foi de R\$182.054,70. Com um desvio padrão de R\$401,19. O tempo médio por rodada foi de 600,90 minutos, bem superior do tempo gasto pelo solver utilizado na função INTLINGPROG, que disponibilizou os resultados em menos de um minuto.

Um ponto interessante observado foi que todas as rodadas resultaram em valores bons e diferentes, sugerindo que o estudo de caso final apresenta vários ótimos locais em torno do ótimo global. Pode-se considerar que todas essas alocações são boas, devido ao

baixo desvio padrão.

Em comparação com a função INTLINPROG, a melhor rodada de simulação do TLBO resultou em uma diferença de R\$5,28. Comparando com o valor global, pode-se concluir que o algoritmo obteve uma solução de excelente qualidade. A configuração das alocações da metaheurística TLBO pode ser visualizada na Figura 24.

**Figura 24 – Alocação da metaheurística TLBO.**



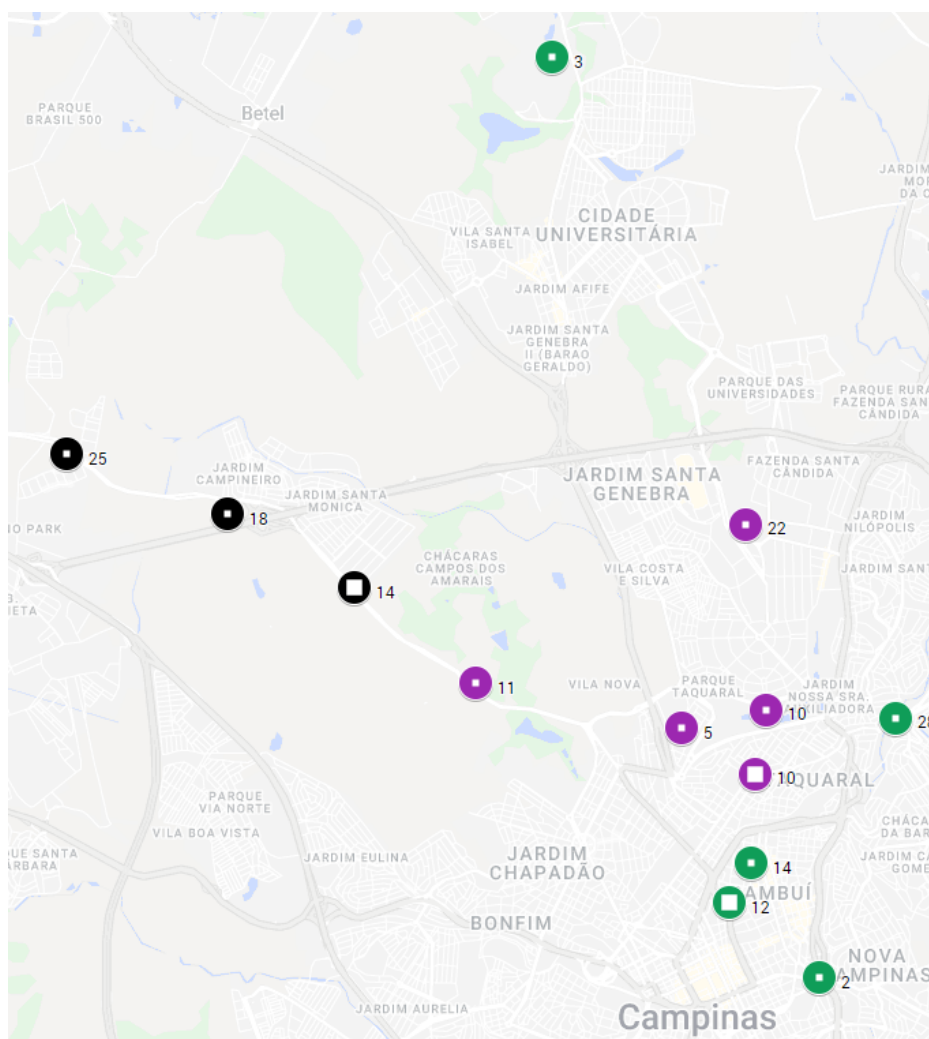
Elaboração própria

Os círculos e quadrados centrais grandes equivalem aos EPs. Os círculos coloridos são VEs alocados aos quadrados centrais grandes e os *pins* (em forma de gotas) são VEs alocados aos círculos centrais grandes. A semelhança das cores são as alocações descritas na Tabela 5. Pode-se observar uma semelhança com a configuração final da função INTLINPROG.



A Figura 25 mostra um caso particular para essa configuração.

**Figura 25 – Caso particular da metaheurística TLBO.**



Elaboração própria

Assim como na função INTLINPROG, os *clusters* de VEs 18 e 25 em preto são alocados ao EP 14. O *cluster* de VE 11 em roxo está bem próximo do EP 14, mas esse EP é considerado do grupo 1, ou seja, não existe nenhum multiplicador de capacidade devido ao baixo poder aquisitivo desse bairro. Para não realocar o *cluster* de VE 25 à outro EP que estaria em uma distância bem maior, o algoritmo força o *cluster* de VE 11 a ser alocado no EP 10, em roxo.

Outro ponto, é que tanto o *cluster* de VE 22, em roxo, como o *cluster* de VE 28, em verde, recebem um multiplicador de demanda de 3, por serem vinculados ao Parque D. Pedro Shopping e Galleria Shopping, respectivamente. O EP 10 (em roxo) e o EP 12 (em verde) recebem um multiplicador de capacidade de 3, por pertencerem a bairros com alto poder aquisitivo. Com essa configuração, é de se esperar uma alocação semelhante. Ambos os EPs receberam quatro *clusters* de VEs.

Nota-se que o *cluster* de VE 28 está mais próximo do EP 10 (em roxo) do que o EP 12 (em verde), porém realocar o *cluster* de VE 22 para o EP 12 seria mais custoso devido à distância ser maior. Ambos os *clusters* de VEs 22 e 28, não podem ser alocados ao mesmo EP por conta do multiplicador de demanda 3, por essa razão, o *cluster* de VE 3 isolado na parte superior foi alocado para o EP 12.

A Tabela 7 mostra as alocações obtidas do INTLINPROG e TLBO juntas para efeito de comparação.

**Tabela 7 – Alocações da função INTLINPROG e da metaheurística TLBO.**

EPs	<i>clusters</i> de VEs alocados INTLINPROG	<i>clusters</i> de VEs alocados TLBO
1	4, 9, 12 e 15	4, 12, 26 e 27
2	16 e 21	15 e 16
3	1, 2, 13 e 27	1, 9, 13 e 21
4	17 e 29	17 e 29
5	–	–
6	6, 8, 19 e 23	6, 8, 19 e 23
7	–	24 e 30
8	7 e 20	7 e 20
9	24 e 28	–
10	–	5, 10, 11 e 22
11	3, 5, 10, 11, 14 e 26	–
12	–	2, 3, 14 e 28
13	–	–
14	18 e 25	18 e 25
15	–	–
16	–	–
17	22 e 30	–
18	–	–

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia para a alocação ótima de estações de recarga de veículos elétricos. O objetivo foi implementar, avaliar e comparar dois métodos de otimização: a programação matemática convencional e a metaheurística *Teaching-Learning-Based Optimization* (TLBO). Esta metodologia pode ser aplicada em regiões que deverão receber demandas futuras de estações de recarga. Em particular, neste trabalho esta metodologia foi aplicada em uma região da cidade de Campinas, SP.

Os dois métodos de resolução apresentados neste trabalho são de naturezas diferentes, o primeiro, a programação matemática convencional, e o outro, uma metaheurística baseada em população, com característica probabilística. A função INTLINPROG foi utilizada como *benchmark* neste trabalho, e a metaheurística TLBO apresentou um resultado satisfatório em relação à qualidade da solução, divergindo pouco do ótimo global em suas iterações. Porém, quando feita a comparação de tempo computacional, a função INTLINPROG é mais eficiente, provendo resultados próximos a instantâneos, enquanto o TLBO, obteve uma média de cerca de 600 minutos para cada rodada de simulação, devido à sua natureza de busca pela solução ótima.

O propósito foi apresentar os algoritmos com o comportamento genérico para serem adaptados em outros problemas de alocação de facilidades. Para o caso tratado neste trabalho, o elevado tempo computacional do TLBO é visto como uma desvantagem, porém, deve ser considerada a complexidade do estudo de caso final. A quantidade de variáveis disponíveis nesta configuração é enorme, adquirindo naturalmente várias soluções boas próximas ao ótimo global. Outro ponto que contribuiu para o tempo computacional foi que o TLBO foi proposto originalmente para variáveis contínuas, porém, para o problema abordado neste trabalho, foi necessária a adaptação para variáveis binárias, conseqüentemente, se fazendo necessária a criação de etapas adicionais para o ganho na qualidade da solução.

### 6.1 Sugestões para trabalhos futuros

A partir dos resultados obtidos neste trabalho, sugere-se, para trabalhos futuros:

- Otimizar o algoritmo do TLBO, adaptando ou criando formas diferentes apresentadas neste trabalho, objetivando a redução do tempo computacional;
- Utilizar outras metaheurísticas para solucionar um problema de alocação ótima de estações de recarga de veículos elétricos;
- Utilização de dados reais do fluxo veicular como pontos de demanda, para obtenção de resultado condizente com a realidade da região estudada.
- Considerar diferentes números de EPs e diferentes penetrações de VEs a serem instalados na cidade.

## 6.2 Produção científica

Durante a realização deste trabalho, as seguintes produções científicas foram realizadas:

- Trabalho publicado em anais de congresso: Pablo M. Lima; Carlos A. Castro. Optimal placement of EV charging stations using a dedicated, two-level Teaching-Learning-Based Optimization algorithm. In: Brazilian Technology Symposium - BTSym'21, 2021, Campinas. Brazilian Technology Symposium - BTSym'21. Cham, Suíça: Springer Nature, 2021. v. 1. p. 1-12.
- Apresentação de trabalho: Pablo M. Lima; Carlos A. Castro. Optimal placement of EV charging stations using a dedicated, two-level Teaching-Learning-Based Optimization algorithm. In: Brazilian Technology Symposium - BTSym'21, 2021.
- Resumo publicado em anais de congresso: Pablo M. Lima; Carlos A. Castro. Allocation of electric vehicle charging stations: a case study in Campinas. In: II Postgraduate Meeting, 2020, Campinas, SP. II Postgraduate Meeting. Campinas, SP: PUC-Campinas, 2020.

## REFERÊNCIAS

- ALLAM, M.; NANDHINI, M. Optimal feature selection using binary teaching learning based optimization algorithm. **Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences**, 2018. ISSN 1319-1578. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1319157818306463>.
- ANDRADE ANALYTICS. **Eletromobilidade e Recursos Energéticos Distribuídos: Plataforma para Ambientes Urbanos Inteligentes e Modelos de Negócios Viabilizadores**: Pré-estudo para alocação de Eletropostos. Campinas, 2020.
- ANEEL. **Chamada de P&D da ANEEL atinge meio bilhão de reais de investimentos em mobilidade elétrica**. 2019. Disponível em: [https://www.aneel.gov.br/sala-de-imprensa-exibicao-2/-/asset\\_publisher/zXQREz8EVIZ6/content/chamada-de-p-d-da-aneel-atinge-meio-bilhao-de-reais-de-investimentos-em-mobilidade-eletrica-eficiente/656877?inheritRedirect=false](https://www.aneel.gov.br/sala-de-imprensa-exibicao-2/-/asset_publisher/zXQREz8EVIZ6/content/chamada-de-p-d-da-aneel-atinge-meio-bilhao-de-reais-de-investimentos-em-mobilidade-eletrica-eficiente/656877?inheritRedirect=false). Acesso em: 16/06/2021.
- ANEEL. **Resolução Normativa n. 819, de 19 de junho de 2018**. 2018. Disponível em: <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2018819.pdf>. Acesso em: maio, 2020.
- AVELLA, P.; SASSANO, A.; VASILEV, I. Computational study of large-scale p-Median problems. **Math. Program., Ser**, p. 89 – 91, 2006.
- AZZONI, C. R. **Teoria da Localização**: uma análise crítica. São Paulo: IPE – USP, 1982.
- BAOUCHE, F. *et al.* Efficient allocation of electric vehicles charging stations: Optimization model and application to a dense urban network. **IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine**, v. 6, n. 3, p. 33 – 43, 2014a.
- BAOUCHE, F. *et al.* **Electric Vehicle Charging Stations Allocation Model**. Paris: Transport Research Arena (TRA) 2014 Proceedings, 2014b.
- BENATI, S.; LAPORTE, G. **Tabu search algorithms for the (r|xp)-medianoid and (r|p)-centroid problems**. Montréal: Centre de recherche sur les transports, 1993.
- CANAL SOLAR. **Rede Ipiranga oferece carregamento de veículos elétricos**. 2021. Online. Disponível em: <https://canalsolar.com.br/rede-ipuranga-oferece-carregamento-de-veiculos-eletricos/>. Acesso em: 07/02/2022.
- CATALBAS, M. C. *et al.* Estimation of optimal locations for electric vehicle charging stations. In: **2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I CPS Europe)**. Milan: IEEE, 2017. p. 1 – 4.
- CHEN, H.; WANG, X.; SU, Y. Location Planning of Charging Stations Considering the Total Cost of Charging Stations and Users. In: **2020 35th Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)**. Zhanjiang: IEEE, 2020. p. 717 – 721.
- CHRISTOFIDES. **N. Graph Theory**: an algorithmic approach. Londres: Academic Press, 1975.
- CLEAN ENERGY MINISTERIAL. **EV30@30 Campaign**. 2019. Acesso em: 08/10/2019.

- ELETRA. **CPFL projeta 80 mil eletropostos no Brasil até 2030**. 2018. Disponível em: <https://www.eletrabus.com.br/2018/11/19/cpfl-projeta-80-mil-eletropostos-no-brasil-ate-2030/>. Acesso em: 06/06/2022.
- GE, S. *et al.* The Planning of Electric Vehicle Charging Stations in the Urban Area. **2nd International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology (EMEIT-2012)**, p. 1598 – 1604, 2012.
- GLOVER, F. Tabu Search - Part II. **ORSA Journal on Computing**, v. 2, p. 4 – 32, 1990.
- GLOVER, F. Tabu Search - Part I. **ORSA Journal on Computing**, p. 190 – 206, 1989.
- GONG, D. *et al.* Solving Location Problem for Electric Vehicle Charging Stations—A Sharing Charging Model. **IEEE Access**, v. 7, p. 138391 – 138402, 2019.
- GOOGLE. **Distance Matrix API**. 2022. Disponível em: <https://developers.google.com/maps/documentation/distance-matrix>.
- HADIAN, E. *et al.* Optimal Allocation of Electric Vehicle Charging Stations With Adopted Smart Charging/Discharging Schedule. **IEEE Access**, v. 8, p. 196908 – 196919, 2020.
- HAKIMI, S. L. Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. **Operations Research**, v. 12, n. 3, p. 450 – 459, Junho 1964.
- HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search for the p-median. **Location Science**, v. 5, n. 4, p. 207 – 226, 1997. ISSN 0966-8349. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0966834998000308>.
- INSIDEEVS. **Shell instala um novo ponto de recarga a cada 20 minutos**. 2021. Online. Disponível em: <https://insideevs.uol.com.br/news/545875/shell-estacoes-recarga-carros-eletricos/>. Acesso em: 07/02/2022.
- KLOSE, A.; DREXL, A. Facility location models for distribution system design. **European Journal of Operational Research**, v. 162, p. 4 – 29, 04 2005.
- KUBY, M. J. Programming models for facility dispersion: the p-dispersion and maximum dispersion problems. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 10, 1988.
- LAM, A. Y.; LEUNG, Y. W.; CHU, X. Electric vehicle charging station placement: Formulation, complexity, and solutions. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 5, n. 6, p. 2846 – 2856, Novembro 2014. ISSN 1949-3053.
- LARSON, R. C.; ODONI, A. R. **Urban Operations Research**. New Jersey: Prentice-Hall, 1981.
- LIMA, P. M.; CASTRO, C. A. Optimal placement of EV charging stations using a dedicated, two-level Teaching-Learning-Based Optimization algorithm. **Brazilian Technology Symposium (BTSym'21)**, 2021.
- LORENA, L. A. N. *et al.* Integração de Modelos de Localização a Sistemas de Informações Geográficas. **Gestão e Produção**, Gestão e Produção, v. 8, p. 180 – 195, 2001.

- MARCHESINI, I. G. **Relatório de Informações Sociais do Município de Campinas**. Campinas: SECRETARIA MUNICIPAL DE ASSISTÊNCIA SOCIAL E SEGURANÇA ALIMENTAR, 2016. Disponível em: <https://smcais-vis.campinas.sp.gov.br/relatorios/relatorio-de-informacoes-sociais-do-municipio-de-campinas>.
- MATHWORKS. **intlinprog**. 2022. Disponível em: [https://www.mathworks.com/help/optim/ug/intlinprog.html?searchHighlight=intlinprog&s\\_tid=srchtitle\\_intlinprog\\_1](https://www.mathworks.com/help/optim/ug/intlinprog.html?searchHighlight=intlinprog&s_tid=srchtitle_intlinprog_1). Acesso em: 07/02/2022.
- MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. **Acordo de Paris**. 2017. Disponível em: <https://www.mma.gov.br/clima/convencao-das-nacoes-unidas/acordo-de-paris>. Acesso em: 08/10/2019.
- NOVAES, A. G.; ROSSETO, C. F. Localização de depósitos numa rede logística com o auxílio de GIS. **Anais do VII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, São Paulo, v. 1, p. 605 – 617, 1997.
- RAO, R.; SAVSANI, V.; VAKHARIA, D. Teaching–learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems. **Computer-Aided Design**, v. 43, n. 3, p. 303 – 315, 2011. ISSN 0010-4485.
- REVELLE, C. S.; SWAIN, R. W. Central Facilities Location. **Geographical Analysis**, v. 2, p. 30 – 42, 1970.
- SANTOS, W. A. dos *et al.* APLICAÇÃO DE MODELO DAS P-MEDIANAS PARA A LOCALIZAÇÃO DE UNIDADES ESTRATÉGICAS DE SAÚDE DA FAMÍLIA RIBEIRINHAS: UM ESTUDO DE CASO EM UMA LOCALIDADE AMAZÔNICA. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 6, n. 5, p. 27448 – 27465, Maio 2020. ISSN 2525-8761.
- TEITZ, M.; BART, P. Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph. **Operations Research**, v. 16, p. 955 – 961, 10 1968.
- VOSS, S. A Reverse Elimination Approach for the p-Median Problem. **Studies in Locational Analysis**, v. 8, p. 49 – 58, 1996.
- WORLD ENERGY OUTLOOK. **WEO Scenarios**. 2018. Disponível em: <https://www.iea.org/weo/weomodel/>. Acesso em: 08/10/2019.